

비탈면에서의 가속도 측정과 에너지 보존

가속도 측정

목 적

내리막 경사면에서 물체가 내려오는 이유는 그 물체에 수직으로 아래쪽 방향의 중력만이 작용하기 때문이다. 본 실험에서는 경사면의 기울기를 몇 가지로 변화시키면서 내려오는 물체의 가속도를 측정하고, 이 측정치가 이론적인 계산과 일치하는지 비교한다.

원 리

경사면 위에 놓인 임의의 물체에 작용하는 중력가속도 $\vec{g}$ 의 방향은 지구 중심을 향하고 있다. $\vec{g}$ 를 경사면에 나란한 성분과 수직인 성분으로 분류하면, 나란한 성분은 $g\sin\theta$ 이고 수직인 성분은 $g\cos\theta$ 임을 알 수 있다. 따라서 경사면의 기울어진 정도가 심할수록 $g\sin\theta$ 도 증가하므로, 우리가 일상적으로 체험하는 바와 같이, 경사면을 따라 내려가는 물체의 가속도도 경사각도에 따라 증가하게 된다. 그러나 중력가속도 g 의 크기는 일정하므로(지구표면 근처에서) 경사면을 따라 내려가는 물체는 등가속도 운동을 하게 된다. (단, 여기서 마찰은 고려하지 않는다고 가정한다.)

경사면 위의 물체와 경사면 사이의 마찰을 최소화하기 위하여, 본 실험에서는 구슬 물체로 사용한다. 가속도가 일정한 경우, 수레가 경사면에서 운동한 거리 x 와 그 동안 걸린 시간 t 를 측정하면 등가속도 운동 법칙으로부터 다음과 같은 관계식에 의하여 가속도를 간단히 계산할 수 있다.

$$x = V_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} a t^2, \text{ (초기속도 } V_0 = 0 \text{)}$$

$$a = \frac{2x}{t^2}$$

기구 및 장치

- (1) 수레
- (2) 비탈면 및 각도조절용 스탠드
- (3) 포토게이트
- (4) 막대자
- (5) 추

실험방법

- (1) 경사면을 θ 만큼 기울여 설치한다.
- (2) 수레의 처음 위치와 나중 위치를 결정하여 수레의 이동거리 x 를 정한다.
- (3) 거리 x 를 이동하는데 걸린 시간을 측정하여 [표1]에 기록한다.
- (4) 표 1의 결과를 써서 가속도 ($a = \frac{2x}{t^2}$)를 계산하고 그 값을 [표 2]에 기록한다.
- (5) 경사면의 높이에 대하여 $\sin\theta (= \frac{\text{경사면의 높이}}{\text{경사면의 길이}})$ 를 계산하여 [표 2]에 기록한다.
- (6) 경사면의 높이에 대하여 $a = g\sin\theta$ 의 관계식으로부터 중력가속도를 계산하여 [표 2]에 기록한다.
- (7) 스탠드의 높이를 조절하여 경사각 θ 를 변화시키고 단계 (3), (4), (5), (6)을 되풀이한다.
- (8) $\sin\theta$ 의 변화에 따른 가속도의 변화를 그래프로 나타내고, 직선의 기울기로부터 중력 가속도와 오차를 구하여 실험결과에 기술한다.
- (9) 수레의 질량을 증가시켜 실험을 되풀이하고 [표 3]과 [표 4]에 기록한다.
- (10) 수레의 질량을 증가시켰을 때 가속도 측정값에 변화가 없었는지 알아본다. 만약 변화가 있었다면 그 이유는 무엇인지 실험결과에 기술한다.

에너지 보존

목 적

임의의 물체가 미끄러지지 않고 굴러갈 때, 그 물체의 운동에너지는 자신의 회전축을 중심으로 하는 회전운동 에너지와 회전축 자체의 병진운동 에너지의 합으로 나타난다. 본 실험에서는 경사로를 굴러 내려가는 공의 속력을 측정하여 구르는 물체의 운동에너지는 병진운동과 회전운동 각각의 운동에너지를 더한 것과 같음을 확인한다.

원 리

내리막 경사면에 놓인 물체는 중력 위치에너지를 갖고 있다. 중력 위치에너지는 물체가 경사면을 따라 내려감에 따라 운동에너지로 바뀌게 된다. 물체가 미끄러지지 않고 굴러서 내려간다면 운동에너지는 병진 운동에너지와 회전 운동에너지의 합과 같다. 굴러가는 물체의 위치에너지가 운동에너지로 변환되었다면 다음의 식이 성립한다.

$$\begin{aligned}\text{위치 에너지} &= \text{운동에너지} \\ &= \text{병진운동에너지} + \text{회전운동에너지}\end{aligned}$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (1)$$

여기서 I 는 물체의 회전관성이고, ω 는 각속도이다. 반지름 R 인, 속이 찬 공의 회전관성 $I = \frac{2}{5}mR^2$ 이고, 구르는 공의 속도와 각속도 사이에는 $v = R\omega$ 의 관계가 성립한다. 따라서 위 식은 다음과 같 이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
 mgh &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \\
 &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mR^2\right)\left(\frac{v^2}{R^2}\right) \\
 &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{5}mv^2 \\
 &= \frac{7}{10}mv^2
 \end{aligned} \tag{2}$$

그러나 본 실험의 장치처럼 공이 경사로의 궤도를 따라 굴러갈 때, 운동속도와 각속도 사이에는 $v = r\omega$ 의 관계가 성립한다. 여기에서 r 은 유효 반지름으로서 공의 실제 반지름 R 과 궤도의 폭 W 사이에 다음과 같은 관계가 있다.

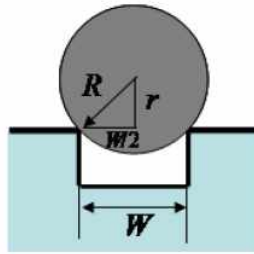
$$R^2 = r^2 + \left(\frac{W}{2}\right)^2 \tag{3}$$

이 관계식을 이용하여 식(2)를 바꾸면

$$\begin{aligned}
 mgh &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mR^2\right)\left(\frac{v^2}{r^2}\right) \\
 &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{5}mv^2\frac{R^2}{r^2} \\
 &= mv^2\left(\frac{7}{10} + \frac{1}{20}\frac{W^2}{r^2}\right)
 \end{aligned} \tag{4}$$

처럼 원래의 식(2)에 비해 값이 약간 달라진다. 원래의 식 (2)와 변화된 식 (4)를 각각 사용하여 실

험결과를 분석하고 오차를 비교하여 보라.



기구 및 장치

- (1) 포토게이트
- (2) 경사로 및 높이조절용 스탠드
- (3) 쇠공
- (4) 막대자

실험 방법

- (1) 경사로와 포토게이트를 설치한다.
- (2) 경사로의 중간지점으로부터 30 ~ 40cm 떨어진 곳을 출발점으로서 연필로 표시하고 출발점과 포토게이트에서의 공의 높이 h_1 , h_2 를 측정하여, [표 5]에 $h(=h_1 - h_2)$ 의 값을 기록한다.
- (3) 높이 h_1 에서 공을 살며시 놓아 h_2 에 놓인 한 쌍의 포토게이트를 통과시킨다. 포토게이트에 공이 들어가는 순간 LED가 켜지고, 아래쪽의 포토게이트를 빠져 나오는 순간 꺼지면, 그 동안 흘러간 시간이 화면에 초단위로 표시된다. LED가 켜졌다가 꺼질 동안에 공이 지나간 거리 x 는 비탈면에 부착된 자의 눈금으로 알 수 있으므로 공의 통과 속도 $v = \frac{x}{t}$ 를 계산할 수 있다. 이 실험을 5번 반복하여 평균 통과시간과 통과속도를 [표 5]에 기록한다.
- (4) 실험이 끝나면 공의 질량(m)과 지름($2R$) 그리고 비탈길의 폭(W)을 잰다.
- (5) 각 실험에서 공의 중력 위치에너지(mgh)의 변화와 운동에너지를 계산하고 두 값을 비교한다. 이 둘 값을 [표 5]에 기록한다.
- (6) 비탈길의 기울기를 4가지로 바꾸어가며 같은 실험을 되풀이한다.

길이 및 곡률반경 측정

학과: 학번: 이름: 실험조: 실험일시:

[1] 실험값 및 계산

(a) 가벼운 수레

[표 1] 수레가 일정한 거리(x)를 통과하는 데 걸린 시간

높이 횟수	cm	cm	cm	cm	cm
1회					
2회					
3회					
4회					
5회					
6회					

[표 2] 수레의 가속도

[illegible]

(b) 무거운 수레

[표 3] 수레가 일정한 거리(x)를 통과하는 데 걸린 시간

높이 횟수	cm	cm	cm	cm	cm
1회					
2회					
3회					
4회					
5회					
6회					

[표 4] 수레의 가속도

높이	$\sin\theta$	가속도	중력가속도
cm			
cm			
cm			
cm			
cm			
cm			

(c) 에너지 보존

[표 5]

h (cm)	평균통과시간 (s)	속도 (m/s)	위치에너지 (J)	운동에너지 (J)	오차 (%)