산업연구 Journal of Industrial Studies(J.I.S) 産業硏究 44권 2호 ISSN
https://doi.org/10.22915/rifi.2020.44.2.001 1738-9216

다양한 위험 측정 모형을 이용한 최적자산 배분모형의 성과 비교

- 섹터 ETF 상품을 이용한 실증분석 -

김 성 일* · 최 승 묵**

요 약

최적 자산배분에서는 Markowitz(1952)의 평균-분산 모형 이후 많은 연구들이 진행되어 왔다. 특히 포트폴리오의 위험 측정에 관한 연구가 다양하게 발전해왔다. 본 논문은 분산 외에 LPM, CLPM, VaR, CVaR, minimax 등 다양한 위험지표를 이용하였을 경우 및 상관관계를 추정해야할 경우 표준분산공분산행렬과 DCC-MGARCH를 이용해 추정한 시간가변적 분산공분산행렬을 이용하였을 경우 달라지는 자산배분에 따른 포트폴리오의 성과를 위험대비 수익률의 측면에서 실증적으로 분석하였다. 2008.1.2.~2013.3.29의 기간에 대한 분석결과, 전기간에서 LPM, CLPM 등이 위험대비 수익률 측면에서 우수한 성과를 보여주었으나, 시장상황에 따른 국면별로는 다른 위험지표가 더 나은 성과를 보이기도 했으며, 분산 이외의 다양한 위험지표를 활용하여 섹터ETF를 운영할 경우 KOSPI지수에 비하여 위험대비 성과가 높음을 알 수 있었다.

핵심 주제어 : 최적자산배분, 평균-분산모형, DCC-MGARCH, LPM, CLPM, VaR, CVaR, minimax

* 김성일, 기업은행 팀장, ksi0428@naver.com
** 최승묵, 미국 네바다주립대 경영학교수, seungmook.choi1004@gmail.com
<논문 투고일> 2020.06.06 <논문 수정일> 2020.07.27 <게재 확정일> 2020.07.30

I. 서 론

개인 투자자 및 기관 투자자에게 최근의 투자환경은 전세계적인 저금리 상황으로 인한 인플레이션 위험과 다양한 파생상품의 출현 등으로 인한 다양한 금융위험에 노출되어 있다. 특히 2008년 미국 모기지 사태와 2011년 이후 유로존 국가들의 재정위기 등 과거보다 훨씬 빈번하게 다양한 금융위험 상황들이 나타나고 있다. 이러한 상황에서 금융 투자자의 운용성과의 안정성과 지속성이 더욱 중요해지고 있다.

포트폴리오의 운용성과를 결정하는데 자산배분정책의 중요성에 대해 다양한 연구들이 발표되고 있고, 그 대표적인 방법론으로 Markowitz(1952)의 평균-분산(mean-variance) 모형이 자산배분방법의 벤치마크로 간주되고 있다. 이 모형은 투자자가 감내할 수 있는 리스크 수준하에서 기대수익을 최대화하는 효율적 투자선(efficient frontier)에서 투자자의 위험선호도를 반영한 효용함수를 만족하는 최적포트폴리오를 산출한다.

최적 자산배분에 대한 연구는 포트폴리오의 위험을 측정하는 다양한 방법들로 발전하였다. 대부분의 기관투자가는 전통적인 리스크 측정지표인 표준편차 또는 분산을 주로 사용한다.

그러나, 평균-분산모형이 자산 수익률의 정규분포를 가정하고, 모든 모수는 시간에 대하여 독립적이라고 가정하는 등의 결함에 대해 개선하고자 하는 연구들이 진행되었다. 많은 연구에서 현실적으로 위험자산의 분포가 두꺼운 꼬리(fat tail) 형태와 왜도 분포(skewed distribution)을 보인다는 점에서 분산을 리스크 측정수단을 사용하는 것에 대해 논란이 제기되고 있다.

비대칭 수익률을 가지는 자산의 최적 배분의 문제에 있어 위험지표로 쓰일 수 있는 대안으로 하방위험측정(downside risk measure) 방식이 활발히 연구되고 있다. 마코위츠의 평균-분산모형이 현대포트폴리오이론이라고 불린다면, 후기-현대포트폴리오이론(Post-Modern Portfolio Theory: PMPT)에서는 하방위험측정을 주로 연구한다. 본 논문은 분산 외에 활발히 연구가 진행되고 있는 하방위험지표들인 LPM, CLPM, VaR, CVaR(ES) 및 minimax 등을 위험지표로 분석해 보고

자 한다.

또한 본 논문에서 포트폴리오의 구성은 가상적인 지수나 지표가 아닌, 개인투자자나 기관투자자가 실제로 거래가 가능한 ETF상품을 이용한다. ETF는 증권거래세가 면제되어 저렴한 비용으로 투자할 수 있고, 인덱스펀드와 비슷하게 특정 지수를 추종하는 특징을 가지나 거래비용이 저렴하고 펀드와 달리 환매수수료 없이 수시로 거래할 수 있다는 장점이 있다. 본 연구에서는 이러한 ETF중 섹터ETF를 이용하고자 한다. 비슷한 섹터ETF의 경우 시계열이 긴 것과 거래량이 많은 것 등을 염두에 두어 11개 섹터를 선정하였다.

본 논문에서는 다양한 위험측정 지표로서 분산(variance), LPM, CLPM, 표준(historical) VaR, 표준(historical) CVaR, 델타노말(Delta-Normal) VaR, 델타노말(Delta-Normal) CVaR, MiniMax를 사용한다.

그리고, 각 위험지표 측정시 LPM과 minimax를 제외한 경우에는 분산공분산행렬(VCV, variance covariance matrix)의 추정이 필요하다. 이때 분산공분산행렬의 추정방법으로서 표본 공분산행렬(sample covariance matrix)과 시간의 흐름에 따라 자산의 분산 및 자산간 공분산이 변한다는 이론인 Engle(2002)의 DCC GARCH 방식을 이용하여 추정방법에 따른 차이를 확인한다.

각각의 모형에 대해 본 논문에서의 명칭은 다음 <표 1>과 같이 요약하여 사용한다.

<표 1> 위험측정지표 및 분산추정방법에 따른 구분

VCV추정 위험측정지표	표본공분산행렬	DCC-MGARCH
분산	MV_S	MV_D
LPM	LPM	
CLPM	CLPM_S	CLPM_D
표준 VaR	HS_VaR	
표준 CVaR	HS_VaR	
델타노말 VaR	N_VaR_S	N_VaR_D
델타노말 CVaR	N_CVaR_S	N_CVaR_D
MiniMax	MM	

본 연구의 목적은 포트폴리오 운영시 최적자산배분에서 다양한 위험측정지표간 성과 차이를 2008.1.2.~2013.3.29. 기간에 대해 실증하고 그 상대적 우월성을 보고자 한다. 표본의 전 기간 실증분석 결과를 비교했을 때, LPM과 CLPM을 사용했을 때의 포트폴리오 성과가 위험 대비 우수함을 확인하였다. 또한, 이 성과는 KOSPI지수의 운용성과에 비해 더 좋으므로, 섹터ETF와 다양한 위험지표를 통한 포트폴리오 운용이 수동적 포트폴리오 운용에 비해 성과가 더 좋다는 점을 확인하였다.

본 논문은 총 5장으로 이루어져 있으며 각 장의 구성과 내용은 다음과 같다. 제I장은 서론이며, 제II장은 선행연구 및 연구모형으로써 각 위험측정모형의 내용과 의미들을 살펴보고 선행연구를 통해 그 장단점들을 살펴본다. 그리고 위험측정모형들의 실제 구현방법을 살펴보고, 포트폴리오 최적화 모형에 대해서도 살펴본다. 제III장은 분석방법과 데이터에 관하여 서술하고, 제IV장에서 실증분석결과를 설명한다. 그리고 제V장에서 결론을 제시한다.

Ⅱ.선행연구 및 연구모형

1. 포트폴리오의 성과에서 자산배분의 중요성

투자자의 운용성과를 결정하는데 자산배분정책(asset allocation policy)의 중요성에 대해 Brinson et al.(1986)는 자산배분정책이 펀드수익률 변동성(variation)의 93.6%를 설명하고 있다는 것을 주장하였다. 또한 Ibbotson and Kaplan(2000), Hensel et al.(1991), Ibbotson(2010)은 시간경과에 따른 수익률 변화의 90%, 펀드간 수익률 차이의 33~75% 정도가 자산배분정책에 의해 결정된다고 주장한다. 이들의 의견을 종합하면, 자산배분정책은 수익률의 많은 부분을 결정한다고 볼 수 있다.

또한 Ibbotson and Kaplan(2000)은 10년 이상 전체 혼합형 펀드의 누적수익률에 대하여 횡단면 회귀분석한 결과, 수익률 변동의 약 40% 정도가 자산배분정책으

로 설명할 수 있다고 주장하였다. Vardharaj and Fabozzi(2007)는 Ibbotson and Kaplan(2000)의 방법론과 유사하게 적용한 결과, 개략적으로 수익률의 33~75% 정도가 자산배분정책에 의해 결정된다고 주장하였다.

이와 같이 포트폴리오 운영에 있어서 자산 배분 정책은 운용 성과의 큰 부분을 차지한다고 볼 수 있다.

2. 평균분산 모형 (Mean-Variance model)

실무적으로 가장 많이 사용되고 있는 Markowitz(1952)의 평균-분산모형(MV)은 자산수익률이 정규분포를 따른다는 가정하에, 투자자가 기대수익률과 분산만을 위험 측정지표로 사용한다. 자산의 정규성에 대해 본 연구에 사용된 자산들을 대상으로 2007.1.2.~2013.3.29 동안의 일별수익률에 대해 KRX의 섹터별 종가데이터[1]를 이용하여 <표 2>과 같이 직접 분석하였다. 섹터 ETF들의 일별수익률은 <표 2>의 기술통계량에서 자크베라검정(Jarque-Bera test)과 p-value를 보면 자산수익률이 정규분포를 따르지 않는다.

또한 자산 수익률의 분포는 한쪽으로 치우쳐 하락국면과 상승국면의 통계적 특성이 다른 경우가 많다. 본 연구에 사용된 섹터 ETF들의 경우도 <표 2>에서 확인되듯이 왜도가 한쪽으로 치우쳐져 있음을 알 수 있다. 수익률이 정규분포를 가지지 않는 원인은 실제 자산가격의 상승속도는 느리고 완만한 반면, 하락속도는 빠르고 가파른 움직임을 보이는 경향과 자산 수익률간의 상관관계가 위기상황에서 높아지는 현상으로 설명될 수 있다. 이렇게 수익률의 분포가 한 쪽으로 치우친 경우에 정규분포를 가정한 마코위츠의 평균분산모형의 유용성은 떨어지기 마련이다.

이러한 단점을 보완하고자 다양한 연구들이 진행되고 있는데, 금융기관의 리스크 관리에 널리 사용중인 VaR, 그리고 VaR값을 초과하는 손실액들의 조건부 평균으로서 하방리스크를 측정하는 지표로 CVaR, 목표수익률을 하회하는 경우만을 리스크로 간주하는 LPM, 그리소 최소수익률을 위험의 척도로 간주하는 minimax 등이 있다.

1) 데이터 소스 : http://marketdata.krx.co.kr/

<표 2> 섹터ETF 기초지수 일별수익률의 기술통계량

(2007.1.2.~2013.3.29.)

섹터ETF 기초지수	평균	표준편차	최대	최소	왜도	초과 첨도	Jarque -Bera test	p-value
KRX자동차	0.07%	33%	11.32%	-12.73%	-0.411	0.90	1	0.0000
KRX반도체	0.03%	33%	13.14%	-15.07%	-0.343	2.24	1	0.0000
KRX건강산업	0.03%	24%	8.12%	-8.83%	-0.376	0.95	1	0.0000
KRX은행	-0.02%	37%	13.45%	-16.07%	-0.294	3.59	1	0.0000
KRX정보통신	0.03%	29%	13.01%	-13.96%	-0.245	2.82	1	0.0000
KRX에너지화학	0.05%	35%	12.89%	-12.92%	-0.382	1.23	1	0.0000
KRX철강	0.04%	36%	13.62%	-15.02%	-0.424	2.83	1	0.0000
KRX미디어통신	-0.01%	19%	6.06%	-6.05%	0.024	-0.26	1	0.0000
KRX건설	-0.01%	41%	13.83%	-15.14%	-0.435	1.89	1	0.0000
KRX증권	-0.02%	42%	12.78%	-14.98%	-0.066	1.19	1	0.0000
KRX조선	0.00%	47%	13.91%	-16.14%	-0.224	1.25	1	0.0000

분산(variance)을 위험지표로 사용하는 평균분산모형은 자산의 미래수익률 분포가 정규분포라는 가정하에 리스크회피형의 투자자가 기대수익률과 분산만을 이용하여 효용극대화 기준에 의해 자산배분을 결정한다. 평균분산모형은 실무적으로 여전히 많이 사용되고 있는데, 이는 분산이 수익률의 분포 모양을 나타내는 지표로 일반적인 통계자료 처리에 사용되는 이유는 익숙한 개념이고 계산과정도 간편하기 때문이다. 본 논문에서 평균-분산 모형의 최적화 목적식은 다음 (1)과 같다.

$$U(E(r), \sigma(r)) = w' E(r) - \frac{\lambda}{2} w' \Sigma w \tag{1}$$

(w : 선험적인 투자비중 벡터(1×n), $E(r)$: 기대수익률 행렬(n×1), λ : 위험회피 계수, Σ : 수익률의 공분산 행렬(n×n))

일반적으로는 위험회피계수를 고정값으로 장기시계열에 나타난 값(예를 들어, 3.07 등)을 사용한다. 본 논문에서는 투자자의 위험성향이 시장의 상황에 따라 변화한다는 가정아래, VKOSPI지수[2)]를 이용하여 시장 투자자의 위험성향을 판단하고, 이를 조정(rescaling)하여 위험회피계수로 사용한다.

3. LPM 모형과 CLPM 모형

Lower Partial Moment(LPM)은 목표 임계 수익률을 초과하는 수익률(이익이 발생)과 하회하는 손실률(손실이 발생)로 구분하여, 임계점을 하회(손실이 발생)한 경우에만 리스크로 측정한다. 여기서 임계수익률은 투자자의 투자 목적 또는 성향을 반영하는 수익률이다.

하방위험지표의 개념을 나타내는 포트폴리오 이론은 Roy(1952)에 의해 처음 발표되었다. 그는 목표수익률을 사용하여 계산된 수익률 대 분산도 비율(Reward to Variablility ratio)에 대해 언급하였다. 위험을 다룰 때 투자자가 원금의 안전을 선호한다는 Roy의 개념은 하방위험지표의 개발에 유용한 수단이 되었다. 1959년 마코위츠도 하방위험지표의 중요성을 인식하고 투자자들이 두 가지 이유에서 하방향 위험을 최소화하는데 관심을 나타낸다는 것을 주장하였고, 또한 마코위츠는 자산 수익률의 분포가 정규분포를 따를 때 하방위험지표와 분산이 같은 해를 제시한다는 것을 입증했다. 그러나 만약 자산 수익률 분포가 정규분포를 따르지 않을 경우 하방위험지표 만이 올바른 해를 제시한다는 것 또한 밝혀냈다.

하방위험지표에 대한 여러 방향의 연구들은 Bawa(1975)와 Fishburn(1977)의 LPM의 개발로 모두 통합 논의되었다. LPM의 최대 장점은 투자자가 하나의 효용함수를 가진다는 제약으로부터 자유롭게 만들었을 뿐만 아니라 투자자의 위험성향인 위험선호, 위험중립, 위험회피 등 다양한 위험성향을 반영할 수 있게 하였다는 것이다. LPM은 반분산(semi-variance)의 한계로 지적되어온 위험회피의 효용함수 문제를 제거했다.

2) VKOSPI는 옵션가격을 이용하여 KOSPI200 옵션시장 투자자들이 예상하는 미래(30일 만기) 코스피 200 지수의 변동성을 나타낸 지수이다. <한국거래소 http://www.krx.co.kr>

Bawa(1975)는 위험성향지표인 n이 0, 1, 2값을 가질 때 확률적 우월성(Stochastic Dominance)과 수학적인 연관성에 대해 증명했다. LPM(n=0)은 목표값 이하로 떨어질 확률이고, 이것은 Fishburn(1977)의 논문에서 위험선호형 투자자에게 적당한 위험 지표임을 밝혔다. LPM(n=1)은 기대손실을 의미하며 위험중립형 투자자에게 적당하다. LPM(n=2)은 반분산의 지표이며 위험회피형 투자자에게 적당하다.

Fishburn(1977)은 LPM모델을 (n,t)모델로 확장했다. 여기서 n은 위험성향을 나타내고, 실수형태의 값을 가질 수 있음을 제시했다. 또한 목표수익률인 τ가 주어지면 n>0인 모든 값에 대해서 LPM지표와 확률적 우월성이 같음을 증명했다. 또한 n의 값이 투자자의 모든 행동 유형을 포함하는 것을 보였다. 즉, n<1이면 위험선호성향을 보이고, n=1인 경우 위험중립성향, n>1이면 위험회피성향을 보인다는 것이다. n의 값이 증가할수록 위험회피성향이 강해진다.

Bawa(1975)는 하방위험인 below target risk measure의 일반적인 모형을 최초로 제시했다. LPM은 위험성향의 정도인 n이 주어질 때 다음과 같이 (2)와 같이 정의된다.

$$LPM(n,t) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} Max[0,(\tau - r_t)]^n \tag{2}$$

(T : 관측데이터의 수, τ : 목표 수익률, n : 위험성향 정도, r_t : t기간 동안의 자산의 수익률)

LPM은 위험성향인 n의 존재에서 반분산과는 차별화된다. n의 값은 자연수, 실수에 상관없이 어떤 값을 가져도 된다.

Harlow & Rao(1989)에 의해 일반화된 평균 LPM모형의 최적화 식은 다음 (3)과 같다.

$$U(E(r), LPM_{n,\tau}(r)) = w'E(r) - LPM_n(\tau,w) \tag{3}$$

$$LPM_n(\tau,w_i) = \frac{1}{T-1}\sum_{t=1}^{T} Max\left[0,\left(\tau - \sum_{i=1}^{N} w_{i,t}R_{i,t}\right)^n\right]$$

$$\text{subject to. } w_i \geq 0, \ \sum_{i=1}^{N} w_i = 1, \ \text{n} > 0$$

(τ : 목표수익률, $w_{i,t}$: t기간에 자산i에 할당된 포트폴리오의 비율, $R_{i,t}$: t기간에 자산i의 수익률, N : 자산의 개수, T : 과거수익률사용기간, n : 위험성향)

Harlow & Rao(1989)는 LPM을 포트폴리오에 사용할 수 있는 최적화 알고리즘을 제시했다. 그러나 Harlow & Rao(1989)의 최적 포트폴리오 알고리즘에는 중대한 한계점이 존재한다. 최적 자산배분을 구함에 있어서 하방위험만을 고려하고, 자산수익률간의 공동움직임을 고려하지 못했다는 점이다. 이는 자산간의 분산효과를 무시하는 결과가 초래된다. 이러한 Harlow & Rao(1989)의 한계점을 고려하여 Sing & Ong(2000)은 LPM에 상관관계를 고려한 Co-Lower Partial Moment(CLPM)을 발표했다. 여기서 CLPM은 최적자산배분시 하방위험과 개별자산의 공분산을 고려할 수 있게 되었다. CLPM을 이용한 최적화 식은 다음 (4)와 같다.

$$U(E(r), CLPM_{n,\tau}) = w' E(r) - \frac{\lambda}{2} w' CLPM_{n,\tau} w \tag{4}$$

$$where, \ CLPM_{n,\tau}(w_i, w_j) = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^{T} \left[Max(0, (\tau - R_{i,t})) \right]^{n-1} (\tau - R_{j,t})$$

(τ : 목표수익률, $w_{i,t}$: t기간에 자산i에 할당된 포트폴리오의 비율, $R_{i,t}$: t기간에 자산i의 수익률, T : 과거수익률사용기간, n : 위험성향)

4. VaR 모형

위험지표의 측정수단으로 널리 이용되고 있는 VaR는 금융리스크를 고려할 목적으로 도입되었으나, 투자의사결정 과정에서 VaR를 통해 의사결정자의 리스크를 통제할 수 있기 때문에 최근 포트폴리오 관리측면에서 연구가 진행되고 있다. 일반적으로 리스크 관리를 위한 VaR는 주어진 신뢰수준(confidence level)에서 포트

폴리오의 보유기간 동안 발생 가능한 최대 손실액(maximum loss)의 추정치이다. 분산이 손실 가능성 외에 기회로 볼 수 있는 이익발생 가능성도 손실과 동일하게 리스크로 간주하지만, VaR는 신뢰도별 임계점 이하에 주목하므로 손실가능 영역만을 리스크로 간주한다. 또한 분산은 수익률이 정규분포를 따른다고 가정하는 반면, VaR는 정규분포 외에 실제 금융시계열자료에서 많이 관찰되는 비대칭 분포와 같이 다양한 분포의 특성을 지닌 경우도 적용 가능한 장점을 지니고 있다. 이러한 VaR는 정규분포를 가정한 델타노말(Delta-normal) 방법, 몬테카를로 시뮬레이션, 역사적 시뮬레이션 방법 등을 이용하여 측정하는데, 본 연구에서는 역사적 시뮬레이션에 의한 VaR와 델타노말방법에 의한 VaR를 산출하였다.

(1) 표준 VaR (Historical Value at Risk)

표준 VaR는 과거의 실제 분포를 활용하여 VaR를 추정한다. 동 방법은 정규분포 상의 백분위대신 경험적 백분위를 이용하여 VaR를 추정한다. 역사적 시뮬레이션 방법에 의한 VaR 계산방법은 아래 (5)와 같다.

$$VaR(\alpha) = x_{\alpha} - E(r) \tag{5}$$

(x_{α} : α% 백분위 수익률)

이 방법의 장점은 과거 수익률 분포를 사용하기 때문에 수익률 분포에 대한 가정이 필요하지 않아 계산방법이 단순하면서도 옵션과 같은 비선형적인 수익구조를 가지는 상품까지 포함하여 VaR를 산출할 수 있다는 점이다. 반면에, 과거의 사건이 미래에도 실현될 것이라는 반복성 가정과 표본이 작을 경우 VaR 측정치의 오차가 커진다는 단점이 있다.

VaR 모형의 최적화목적 식은 Alexander and Baptista(2002)가 사용한 다음 (6)식을 사용하였다.

$$U(E(r), VaR) = w' E(r) - \frac{c}{2} V[t, r]^2 \tag{6}$$

(c : 위험회피상수, $V[t, r]$은 95%신뢰도를 적용한 표준 VaR)

(2) 델타노말 VaR (Delta-Normal Value at Risk)

델타노말 방법은 수익률이 다변량 정규분포를 따른다고 가정하여 95% 신뢰계수(1.65)에 표준편차로 측정된 변동성 및 총투자금액을 곱하여(VaR = 1.65×σ(표준편차)×총투자금액) 산출한다.

델타노말 방법은 포지션 가치와 기초적 시장가격의 관계가 선형적일 때 적용되는데 포지션의 VaR는 델타와 변동성 σ의 곱으로 계산된다. 델타노말 방법은 수익률의 분포가 정규분포라는 가정을 하고 있다. 모수적 방법을 이용한 개별자산의 VaR는 신뢰수준에 상응하는 표준정규분포의 누적확률밀도함수값에 대응하는 Z_α, 개별자산의 포지션가치 V, 자산의 목표기간 수익률의 미래 확률분포의 표준편차 σ의 곱으로 계산된다.

$$VaR_{(1-\alpha)\%} = V \times (\mu - Z_\alpha \times \sigma) \tag{7}$$

여기서 Z_α값은 아래와 같이 구하여진다.

$$N(z) = \int_{-\infty}^{z} \Phi(x)dx = \alpha \tag{8}$$

단, $N(z) = \int_{-\infty}^{z} \Phi(x)dx$: 표준정규분포의 누적확률밀도함수

여기서, 유의수준이 5%인 경우 $Z_\alpha = -1.65$이며, 유의수준 1%인 경우 $Z_\alpha = -2.33$이다. 따라서 VaR의 값은 양으로 측정된다. 본 연구에서는 유의수준 5%를 기준으로 측정한다.

포트폴리오의 최적화식은 아래 (9)와 같다.

$$U(E(r), VaR_p) = w' E(r) - \frac{\lambda}{2} VaR_p^2 \tag{9}$$

단, $VaR_p = V_p \times (\mu_p - Z_\alpha \times \sigma_p)$, $\sigma_p = \sqrt{w' \Sigma w}$

(w : 구성자산의 가중치, w' : 가중치의 전치행렬)

4. CVaR 모형

Artzner et al.(1997)는 위험 측정 방법으로써 Expected Shortfall 또는 Conditional VaR라는 개념을 이야기하였다. 이 개념은 VaR를 초과한 손실의 각종 상황을 고려하여 기존의 손실위험 추정을 보완하였다. CVaR는 VaR를 초과한 손실의 기대크기로 정의되며, VaR를 초과하는 각종 가능한 손실의 평균치를 계산한다. 신뢰수준$(1-\alpha)$%와 보유기간이 주어지면 CVaR는 다음과 같이 나타낸다.

$$C_{VaR,\alpha} = E(X|X \leftarrow VaR_{(1-\alpha)\%}) = \int x d\theta_{\alpha}(x) = \frac{1}{\alpha}\int_{r \leftarrow VaR_{(1-\alpha)\%}} x dF(x)$$

CVaR는 많은 점에서 VaR와 같은 중요한 의미를 가지고 있고 VaR와 비슷한 용도로 사용되고 있다.

Artzner et al.(1999)는 coherent 위험측정기법이 충족시켜야한 조건들을 4가지로 나누어 제시하였다. 첫째, 무위험자산을 포트폴리오에 포함할 경우 포트폴리오의 위험은 감소한다. 둘째, 2개의 자산에 대한 총투자위험은 각 자산의 단일위험의 단순합보다 작다. 셋째, 해당자산의 위험에 양(positive)의 인자(factor)를 곱하면 위험도 동일한 비율로 증가하여야 한다. 넷째, 부(wealth)는 증가할수록 선호된다. 이때 VaR모형은 두 번째 가법성(subadditivity)를 만족시키지 못하는 단점이 있으나, CVaR는 항상 만족시킨다.

이러한 CVaR를 측정하는 방법 또한 VaR를 측정하는 방법에 따라 달라질 수 있다. 즉, CVaR는 자산의 손실금액이 VaR를 초과하였을 경우의 기대손실로 정의되므로, 초과값에 대한 임계값으로 어떤 VaR모형을 사용하느냐에 따라 CVaR값이 달라지는 것이다. 따라서 본 논문에서는 Biglova et al.(2004)가 제안한 방법에 의하여 여러 가지 모형을 기준으로 VaR를 측정하였을 경우에 대하여 각각의 CVaR 값을 도출하여 사용한다.

(1) 표준 CVaR (Historical Conditional Value at Risk)

CVaR는 VaR 값을 초과하는 손실액들의 조건부 평균으로서 하방리스크(tail risk)의 심각성 정도를 측정하는 지표로서 널리 사용된다. CVaR는 분포의 꼬리에서 숨겨진 손실이 어느 정도인가를 산출하며 특히 가법성이 존재하지 않는 VaR와는 달리 CVaR는 가법성[3]이 있고 쉽게 계산된다는 장점이 있다. 본 연구에서는 평균-HS_CVaR 모형의 목적식을 식 다음(10)와 같이 하였다.

$$U(E(r), C_{VaR}) = w' E(r) - \frac{\lambda_{CVaR}}{2} C_{VaR}^2 \tag{10}$$

$$C_{VaR} = \left\{ \frac{1}{S} \sum_{t=1}^{S} Max\left[0, (r_{VaR} - w' r_s)\right] \right\}$$

(r_{VaR} : VaR, w : 포트폴리오 비중, S : r_{VaR}를 하회하는 경우의 수, r_s: 포트폴리오 수익률, λ_{CVaR} : 위험회피계수)

(2) 델타노말 CVaR (Delta-Normal Conditional VaR)

Biglova et al(2004)는 99%신뢰수준의 ES를 아래(11)와 같이 구하였다.

$$CVaR_{99\%}(r_p - r_f) = -\frac{1}{(0.01*n)} \sum_{(r_{p,t} - r_f) \le - VaR_{99\%}(r_p - r_f)} (r_{p,t} - r_f) \tag{11}$$

(r_p: 포트폴리오의 수익률, r_f: 무위험수익률, $r_{p,t}$: t시점의 포트폴리오 수익률, n: 데이터 개수)

이를 이용하여, 포트폴리오의 최적화식은 아래 (12)과 같다. (단, 본 연구에서는 5% VaR를 사용한다.)

$$U(E(r), C_{VaR}) = w' E(r) - \frac{\lambda_{CVaR}}{2} C_{VaR}^2 \tag{12}$$

6. minimax모형

Young(1998)은 리스크 측정의 척도로서 최소수익률(minimum return)을 사용하는 minimax(MM) 모델을 제안한다. 자산수익률이 다변량 정규분포이면 MM모

3) 가법성 : 포트폴리오의 리스크가 개별자산의 리스크의 합보다 클 경우 가법성(sub-additivity)이라 한다.

델은 MV모델과 동일하다.

Young(1998)은 MM모델이 자산수익률이 정규분포를 따르지 않고, 투자자가 강한 하방위험 기피성향을 갖고 있다면, 논리적인 장점을 갖고 있다는걸 보였다. 또한 고정비용등의 제한요건을 포함할 경우처럼 복잡한 모델에서 더 큰 효과를 보인다고 하였다. 그러나 MM 모델은 과거 데이터에 의존하기 때문에 아웃라이어에 민감한 단점을 갖고 있다.

Biglova et al.(2004)은 독일시장에서 9개의 자산을 사용하여 포트폴리오 최적화시 MM모델이 가장 우수함을 보였다.

Lam et al.(2010)은 말레이시아의 KCLI(the Kuala Lumpur Composite Index)에서 54개 주식을 이용하여 MV, MAD(평균 절대 분산), LPM 모델과 비교하여 MM모델이 가장 우수한 성과를 보인다고 하였다.

최적화식은 다음과 같다.

$$\max M_p\ ,\ M_p = \min_t \sum_{i=1}^{N} w_j r_{i,t} \tag{13}$$

$$s.t. \sum_{i=1}^{N} w_i r_{i,t} - M_p \ \geq\ 0, t = 1,..., T,$$

$$\sum_{i=1}^{N} w_i \overline{r_i} \ \geq\ G\ ,\ \sum_{i=1}^{N} w_i \ \leq\ 1\ ,\ w_i \ \geq\ 0\, , i = 1,...,N.$$

($r_{i,t}$: t시점에 i자산의 수익률, $\overline{r_i}$: i자산의 평균수익률, w_i : i자산에 대한 배분비율, M_p : 포트폴리오 최소수익률, G : 수익률의 최소수준)

7. 변동성 모형(분산공분산 행렬 추정)

(1) 표본공분산행렬(sample variance-covariance matrix)

가장 간단한 방식으로 표본공분산은 과거 수익률 데이터를 사용하여 계산하며 불편추정량이다. 표본공분산 행렬의 각 원소는 (14)식과 같이 계산한다. 표본 공분산 행렬은 대칭행렬로 대각성분은 각 종목의 분산이며 대각 외 성분은 두 종목의

공분산이다.

$$\widehat{\sigma_{ij}} = \frac{\sum_{t=1}^{T}(r_{i,t}-\overline{r_i})(r_{j,t}-\overline{r_j})}{T-1}$$

(2) DCC-MGARCH

시장의 위험을 나타내는 조건부 분산은 일반화 자기회귀 조건부이분산(GARCH) 계열의 모형들에 의해 추정되며 다변량 GARCH(MGARCH)모형은 자산의 변동성 및 자산간 상관관계의 변화를 분석할 수 있다. 본 연구에서는 기존의 MGARCH모형에서 Engle(2002)이 제안한 DCC-MGARCH모형을 이용하였다. 이 모형은 기존의 GARCH모형과 기본 개념은 같지만 상관계수행렬이 시변한다는 점에서 시간에 따른 자산간 상관관계를 추정하기 위해 유용하게 사용될 수 있다. DCC-MGARCH 모형은 모수의 수를 크게 줄이면서 시변하는 조건부공분산을 추정할 수 있어 계열의 변동성과 상관관계에 관한 연구에 이용하기에 적합한 방법론이다. Engle이 제안한 DCC 모형은 (또는 DCC(1,1)) 다음과 같다.

$$\begin{aligned} H_t &= D_t R_t D_t = (\rho_{i,j}\sqrt{h_{ii,t}h_{jj,t}}) \\ D_t &= diag(h_{11,t}^{\frac{1}{2}},...,h_{kk,t}^{\frac{1}{2}}) \\ R_t &= diag(q_{11,t}^{-\frac{1}{2}},...,q_{kk,t}^{-\frac{1}{2}})\,Q_t diag(q_{11,t}^{-\frac{1}{2}},...,q_{kk,t}^{-\frac{1}{2}}) \end{aligned} \tag{15}$$

여기서 행렬 D_t의 $h_{ii,t}$는 식 (2.1)과 같이 정의되며, $k \times k$의 대칭 양정치 행렬인 $Q_t = (q_{ij,t})$를 식(24)과 같이 정의함으로써 조건부 상관계수 행렬 R_t는 시간에 따라 계속 변화하는 형태를 갖게 된다.

$$Q_t = (1-\alpha-\beta)\overline{Q} + \alpha \underline{u_{t-1}}\,\underline{u_{t-1}^T} + \beta Q_{t-1} \tag{16}$$

여기서 Q는 표준화된 오차항 $\underline{u_t} = H_t^{-1/2}\underline{a_t}$에 대한 비조건부 분산행렬이며, α와 β는 $\alpha+\beta<1$을 만족하는 음이 아닌 값을 가지는 모수이다. 이변량인 경우(k = 2)의 DCC 모형의 조건부 상관계수$\rho_{12,t}$를 표현해보면 다음과 같다.

$$\rho_{12,t} = \frac{(1-\alpha-\beta)\bar{q_{12}} + \alpha u_{1,t-1}u_{2,t-1} + \beta q_{12,t-1}}{\sqrt{(1-\alpha-\beta)\bar{q_{11}} + \alpha u_{1,t-1}^2 + \beta q_{11,t-1}(1-\alpha-\beta)\bar{q_{22}} + \alpha u_{2,t-1}^2 + \beta q_{22,t-1}}} \tag{17}$$

식(17)에서 분자 부분이 표준화된 오차항 $\underline{u_t}$에 대한 GARCH 모형과 비슷함을 알 수 있다. 즉, DCC 모형에서는 $h_{ii,t}$와는 별개로 $\underline{u_t}$에 대한 조건부 분산을 GARCH(1,1) 모형으로 추정하고 있으며, 이를 $\underline{a_t}$(또는 $\underline{r_t}$) 의 조건부 상관계수를 계산하는 이용하고 있다.

본 논문에서는 통계프로그램 R에서 제공하는 패키지 ccgarch, fGarch를 이용하여 상관행렬을 추정하였다.

8. 위험자산과 무위험자산간의 자산배분

본 논문에서는 국내 주식의 섹터지수를 추종하는 ETF를 이용한다. 이는 전체가 위험 자산(risky portfolio)로 구성되어 있다. 이런 경우 주식시장 전체의 위험을 회피하지 못한다. 따라서, 가장 기본적인 자산배분 선택문제, 즉 안전한 단기금융상품에 대한 투자비중과 리스크 자산에 대한 투자비중간의 선택에 대해 추가적인 자산배분을 진행한다. 첫 번째는 앞서 다루어온 위험자산군에서의 최적자산배분이다. 그리고 그 결과를 가지고 위험포트폴리오의 기대수익률과 리스크를 측정한 후, 위험자산과 무위험자산간의 자산배분을 추가로 진행한다. 무위험자산으로는 국내에서 대표적인 CD91일물을 사용한다.

투자자는 리스크 자산에 대한 최적 투자비중 y를 선택함으로써 효용을 극대화하려고 한다. 리스크 자산에 대한 배분을 증가시킴에 따라 기대수익률은 증가하지만 변동성도 따라서 증가하며, 따라서 효용은 증가할 수도 감소할 수도 있다. 이를 일반적인 형태의 효용극대화문제로 나타내면 다음과 같다.

$$Max_y U = E(r_C) - \frac{1}{2}\lambda\sigma_C^2 = r_f + y[E(r_P) - r_f] - \frac{1}{2}\lambda\sigma_C^2 \tag{18}$$

(y : 리스크자산 투자비중, $E(r_C)$: 완성포트폴리오(위험포트폴리오+무위험포트폴리오)의 기대수익률, λ : 위험회피계수, σ_C : 완성포트폴리오의 리스크, r_f : 무위험수익률)

9. 위험회피계수

소극적 투자자는 그들의 리스크 회피정도에 따라 투자예산을 배분한다. 이러한 분석방법을 이용하여 전형적인 투자자의 리스크 회피계수를 추정할 수 있다. 이용가능한 다양한 자산을 대상으로 분석한 광범위한 연구 결과, 일반적으로 투자자의 리스크 회피계수는 2.0에서 4.0 사이에 있는 것으로 나타나고 있다.[4)]

본 논문에서는 시장의 상황에 따라 위험회피성향이 바뀔 것이라는 점에 착안하여 공포지수라 불리우는 VKOSPI값을 rescaling[5)]하여 시간가변적인 위험회피계수를 사용하였다.

III. 분석방법

1. 자료 및 분석기간

본 연구는 2007년 1월 2일부터 2013년 3월 29일 까지 총 6.25년간의 실제 ETF 상품의 일별 수정종가[6)]를 사용하였다. 연구대상기간은 한국시장에 섹터ETF들의 기초지수가 대부분 발표된 시기이며, 특히 2008년 발생한 미국발 금융위기로 인한 주가의 급격한 하락의 피해가 고스란히 반영되며, 2009년 상반기의 주식시장의 급격한 반등이 있었고, 2011년 유로존 리스크로 인한 주가하락 또한 반영된 기간이다. 따라서 연구기간이 다소 짧다는 단점은 있으나, 다양한 금융상황에서 최적자산 배분 모형들이 반응하는 모습들을 보기에는 충분하다고 본다.

---

4) 투자론 7판, McGraw-Hill Korea, 이영기, 남상구 공역, p208
I. Friend and M. Blume, "The Demand for Risky Assets," American Economic Review 64(1974)
S.J. Grosson and R.J. Shiller, "The Determinants of the Variability of Stock Market Prices," American Economic Review 71(1981)
5) VKOSPI는 2007.1.2.~2013.3.29.기간에 최소값 13.3, 최대값 89.3, 평균값 24.7, 중간값 21.2를 갖는다. VKOSPI/30은 0.7~4.5사이의 값을 갖으며 이는 일반적으로 알려진 위험회피계수의 범위(2~4)와 국내 논문의 결과를 포함할 수 있는 SCALE을 갖고 있다고 보며, 30으로 나눈 것은 임의로 정하였다.
6) 기초지수는 발표되었으나, 상품출시가 늦은 경우, 기초지수를 이용해 실제상품의 출시전 가격정보를 추정하여 사용하였음.

섹터ETF 기초지수의 경우 KRX섹터, 코스피200섹터, FnGuide섹터 등이 있으나, 기초지수의 시계열이 가장 길고, 기초지수 추종 ETF상품의 거래가 활발한 KRX섹터를 선택하였다. 그리고 각 섹터를 추종하는 ETF 상품 중 유사한 상품이 있을 경우 상품별로 <표 3>과 같이 비교하여, 기초지수 추정상태, 거래량, 시가총액 등을 감안하여 <표 4>와 같이 대표상품을 선택하였다.

수익률은 배당락이 감안된 수정종가의 일별로그 수익률($\ln(P_{t+1}/P_t)$)을 사용하였다

<표 3> 동종 섹터ETF간 상장일, 시가총액, 거래량, 거래대금 비교

(2013년 3월 21일 장마감 기준)

ETF명	상장일	시가총액 (백만원)	거래량 (60일평균) (주)	거래량 (52주평균) (주)	거래대금 (60일평균) (원)	거래대금 (52주평균) (원)
TIGER 건설기계	2011/04/06	3,860	5,951	2,612	30,941,182	14,421,038
KODEX 건설	2009/10/30	6,188	16,691	29,348	78,864,264	145,563,336
TIGER 조선운송	2011/04/06	4,002	11,709	3,611	62,089,868	19,252,711
KODEX 조선	2008/05/29	9,999	7,363	9,862	114,086,126	160,696,768
아리랑 조선운송	2012/08/29	8,804	3,449	4,221	15,432,993	18,991,059
TIGER 철강소재	2011/04/06	12,172	597	582	5,718,843	5,592,510
KODEX 철강	2009/10/30	10,269	17,050	12,257	179,385,454	132,206,315
TIGER 에너지화학	2011/04/06	24,984	7,124	11,950	82,932,388	142,261,941
아리랑 화학	2012/08/29	18,476	2,678	3,703	16,427,991	22,623,641
TIGER 화학	2012/05/16	4,940	1,400	884	13,785,505	9,060,602
KODEX 에너지화학	2009/10/12	21,285	16,707	28,053	188,871,200	316,456,970
TIGER IT	2011/04/06	65,188	36,121	16,303	481,913,183	214,517,496
KOSEF IT	2006/06/27	9,664	364	415	4,650,288	5,212,286
KODEX 반도체	2006/06/27	35,497	16,270	15,589	265,888,470	241,800,523
TIGER 반도체	2006/06/27	32,150	24,672	16,638	415,262,168	267,076,041
KODEX 은행	2006/06/27	12,924	37,379	36,789	287,378,945	270,506,835
KOSEF Banks	2006/06/27	2,675	377	1,723	2,930,079	11,993,939
TIGER 은행	2006/06/27	83,585	147,831	55,094	1,179,907,145	424,147,382
KODEX 증권	2008/05/29	9,454	27,623	36,421	188,118,371	238,015,153
TIGER 증권	2012/05/16	6,135	3,459	9,622	14,617,474	37,012,138
TIGER 미디어통신	2007/09/07	8,458	5,587	2,013	48,386,238	16,531,299
TIGER 헬스케어	2011/07/18	22,428	15,628	4,844	240,223,250	72,193,269
KODEX 자동차	2006/06/27	48,246	32,263	22,451	638,158,906	487,285,303
아리랑 자동차	2012/08/29	17,477	2,158	3,683	18,303,554	31,975,048
TIGER 자동차	2012/05/16	22,611	3,478	1,977	59,143,198	35,261,730

<표 4> 포트폴리오 운영 대상 섹터ETF 대표 상품 목록

기초지수	ETF상품명	운용회사	상장일
KRX 자동차	KODEX 자동차	삼성자산운용	2006/06/27
KRX 반도체	KODEX 반도체	삼성자산운용	2006/06/27
KRX 건강산업	TIGER 헬스케어	미래에셋자산운용	2011/07/18
KRX 은행	KODEX 은행	삼성자산운용	2006/06/27
KRX 정보통신	KOSEF IT	우리자산운용	2006/06/27
KRX 에너지화학	KODEX 에너지화학	삼성자산운용	2009/10/12
KRX 철강	KODEX 철강	삼성자산운용	2009/10/30
KRX 미디어통신	TIGER 미디어통신	미래에셋자산운용	2007/09/07
KRX 건설	KODEX 건설	삼성자산운용	2009/10/30
KRX 증권	KODEX 증권	삼성자산운용	2008/05/29
KRX 조선	KODEX 조선	삼성자산운용	2008/05/29

2. 포트폴리오 구성방법 및 재조정(rebalancing)

포트폴리오 구성을 위해 매월 말일을 기준으로 과거 1년간의 종가데이터를 이용하여 최적자산배분을 구한다. 그리고 다음 날인 매월 첫 영업일에 재조정(rebalancing)을 실시한다. 재조정 기간은 월1회로 한다. 포트폴리오 구성을 위한 일별수익률 사용기간은 2007년 1월 2일부터 2013년 3월 29일까지이고, 포트폴리오 운영기간은 2008년 1월 2일부터 2013년 3월 29일까지이다. 매 재조정시 자산배분을 구하기 위한 수익률 데이터는 moving window방식으로 과거1년 동안의 값을 사용한다. 위험 자산(섹터ETF)의 기대수익률은 일별수익률의 과거 1년의 평균 값을 사용하였고, 무위험자산(CD91일물)의 경우 연단위로 표시된 수익률을 위험 자산과 동일한 기간으로 맞추기 위해 일별수익률로 재계산하였다.

자산배분시 제한조건은 비중이 0 이상으로 공매도를 취하지 않게 하였다. 또한 특정 자산 비중의 상한을 제한하지 않고, 100%까지 비중을 취할 수 있게 하였다. 자산배분시 최적화(optimization) 계산은 학교용 MATLAB을 이용하였고, 분산공

분산행렬의 계산은 무료 통계프로그램인 R을 이용하였다. 장기 시계열에 대해 백테스팅 하기 위해 EXCEL과 MATLAB, R을 연동하여 구현하였다.

3. 포트폴리오 성과측정 방법

각 위험측정방법별 포트폴리오의 성과를 비교하기 위하여 두 가지 방법을 병행하여 사용한다. 샤프비율(Sharpe ratio)은 가장 잘 알려진 위험대비 수익률 측정방법이다. 다만 위험지표로 분산을 이용한다는 문제가 있어, 추가적으로 하방위험(LPM)만을 위험지표로 하여 위험대비 수익률을 계산하는 소르티노비율(Sortino Ratio)을 이용한다. 샤프비율은 수익률 대 분산비율로 위험 한 단위당 초과수익률의 보상정도를 나타낸다.

$$Sharpe\,Ratio = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}$$

(R_p : 포트폴리오의 수익률, R_f : 무위험 이자율, σ_p : 포트폴리오의 표준편차)

포트폴리오간의 비교를 위해 샤프비율이 높은 포트폴리오가 위험 한 단위당 초과수익률의 보상 정도가 높음을 알 수 있고, 샤프비율이 낮은 포트폴리오에 비해 운용성과가 성공적이라고 평가할 수 있다. 샤프비율와 비교하여 소르티노비율은 포트폴리오의 성과측정을 위하여 분산대신 하방위험(LPM)을 사용한다.

$$Sortino\,Ratio = \frac{R_P - R_f}{\sqrt{LPM}}$$

$$LPM = \sum_{i=1}^{N} Max(0, (\tau - r_{i,t}))\ ,\ t = 1, ..., T$$

(τ : 목표수익률, 여기서는 무위험이자율(R_f)로 사용되는 CD금리를 최소한의 목표수익률로 사용함)

소르티노비율도 샤프비율과 마찬가지로 소르티노비율이 높은 포트폴리오가 위험 한 단위당 초과 수익률의 보상 정도가 높음을 알 수 있고, 소르티노비율이 낮은 포트폴리오에 비하여 투자성과가 성공적이라는 평가를 받을 수 있다.

Ⅳ. 실증분석

본 장에서는 2008년 1월 2일부터 2013년 3월 29일까지 섹터ETF들을 이용한 포트폴리오 운영 성과를 다양한 관점에서 비교한다.

<표 5>에서 위험자산만을 이용한 포트폴리오의 경우, 수익률을 기준으로 하였을 경우, LPM > CLPM_D > CLPM_S > MM 등의 순이다. 그리고 샤프비율 기준으로 보면, MM > LPM > CLPM_D > CLPM_S 등의 순이다. 소르티노비율 기준에서는 LPM > CLPM_D > CLPM_S > MM 등의 순이다. 소르티노비율 기준으로 LPM이 가장 우수한 성과를 보였고, 샤프비율로는 MM이 가장 우수한 성과를 보였다.

섹터ETF들이 모임이라고 할 수 있는 KOSPI대비로 볼 때, MV 및 각종 VaR모델들은 KOSPI대비 낮은 성과를 보였으나, 하방위험을 이용한 지표들(LPM, CLPM)은 KOSPI를 상회하는 성과를 보여주었다.

MV_S를 자산배분모형의 벤치마크로 보았을 때는 모든 경우가 MV_S를 초과하는 성과를 보였다.

분산공분산행렬 추정방법에 따른 성과를 보면, MV, N_VaR, N_CVaR, CLPM 모든 경우에 DCC-MGARCH를 사용하였을 경우가 표준상관행렬(sample variance-covariance matrix)을 사용한 경우보다 좋은 성과를 보였다.

표준편차(분산)를 위험의 기준으로 보면 성과가 훌륭한 CLPM_S, MM, LPM들이 더 위험한 것처럼 보인다. 이는 표준편차(분산)를 위험지표로 사용하여 포트폴리오의 성과를 측정하는 경우의 단점을 실증적으로 보여준다. 왜냐하면 표준편차(분산)의 경우 포트폴리오 수익률의 상승 역시도 표준편차(분산)의 크기를 크게 하는 요소로 작용하며 이로 인해 위험이 커진 것처럼 보이기 때문이다.

<표 6>에서 무위험자산을 포함한 포트폴리오의 경우, 수익률을 기준으로 하였을 경우, MM > CLPM_D > N_VaR_D > N_CVaR_D 등의 순이다. 샤프비율 기준으로 보면, CLPM_D > MM > LPM > N_VaR_D 등의 순이다. 소르티노비율 기준에서는 CLPM_D > MM > N_VaR_D > N_CVaR_D 등의 순이다. 위험대비 수익률

에서 볼 때 두 가지 모두 CLPM_D와 MM이 가장 우수한 성과를 보였다.

섹터ETF들이 모임이라고 할 수 있는 KOSPI대비로 볼 때, 모든 위험지표를 이용한 전략이 KOSPI 성과대비 초과하는 위험대비 성과를 보였다.

MV_S를 자산배분모형의 벤치마크로 보았을 때는 모든 경우가 MV_S를 초과하는 성과를 보였다.

분산공분산행렬 추정방법에 따른 성과를 보면, MV, N_VaR, N_CVaR, CLPM 모든 경우에 DCC-MGARCH를 사용하였을 경우 표준상관행렬을 사용한 경우보다 좋은 성과를 보인다.

무위험자산을 포함한 경우에 성과가 우수한 MM, LPM, CLPM_D, CLPM_S의 방법들은 두가지 위험지표인 표준편차 및 LPM에서도 다른 위험지표를 이용한 전략들에 비해 상대적으로 낮은 리스크를 갖고 있다고 나온다.

<표 5>와 <표 6>을 통해 위험자산에 무위험자산을 포함하는 완성포트폴리오의 경우, 위험자산만을 이용한 포트폴리오보다 수익률, 샤프비율, 소르티노비율 모두 우수함을 알 수 있다. 이러한 결과가 나오는 이유는 <표5>의 포트폴리오들은 하나의 위험자산으로 무위험자산과 함께 섞여 식(18)에 의해 배분 비중이 결정되기 때문이다. 이때 위험자산의 수익률이 마이너스일 경우 그 비중이 0%가 되고, 무위험자산 비중이 100%가 될 수 있다. 즉 위험자산을 전혀 편입하지 않는 경우가 생기며 이로 인해 <표6>의 결과처럼 성과가 개선될 수 있다.

<표 5> 위험측정요소별 성과지표 - 위험포트폴리오

(2008.1.2 ~ 2013.3.29. 위험회피계수 : VKOSPI연동, 무위험이자율 : CD금리)

구분	수익률 (연간,%)	표준편차 (연간,%)	Sharpe Ratio	LPM (연간,%)	Sortino Ratio
KOSPI	1.06	22.55	0.047	22.08	0.048
MV_S	-3.31	31.23	-0.106	28.53	-0.116
MV_D	-1.73	31.45	-0.055	27.46	-0.063
HS_VaR	-1.70	31.48	-0.054	26.98	-0.063
HS_CVaR	-2.00	31.75	-0.063	27.40	-0.073
N_VaR_S	-2.14	31.94	-0.067	27.79	-0.077
N_VaR_D	-1.93	32.17	-0.060	27.79	-0.077
N_CVaR_S	-2.20	31.43	-0.070	27.50	-0.080
N_CVaR_D	-2.09	31.67	-0.066	27.50	-0.076
CLPM_S	2.02	31.56	0.064	24.34	0.083
CLPM_D	3.49	28.61	0.122	22.37	0.156
MM	0.59	34.71	0.170	26.82	0.022
LPM	5.29	32.86	0.161	23.30	0.227

<표 6> 위험측정요소별 성과지표 - 완성포트폴리오

(2008.1.2 ~ 2013.3.29. 위험회피계수 : VKOSPI연동, 무위험이자율 : CD금리)

구분	수익률 (연간,%)	표준편차 (연간,%)	Sharpe Ratio	LPM (연간,%)	Sortino Ratio
KOSPI	1.06	22.55	0.047	22.08	0.048
MV_S	1.77	27.66	0.064	21.33	0.083
MV_D	5.11	28.84	0.177	15.76	0.255
HS_VaR	5.86	29.01	0.202	19.60	0.299
HS_CVaR	3.99	28.10	0.142	20.15	0.198
N_VaR_S	5.23	28.74	0.182	19.74	0.265
N_VaR_D	6.15	29.01	0.212	19.34	0.318
N_CVaR_S	5.28	28.70	0.184	19.70	0.268
N_CVaR_D	5.92	28.88	0.205	19.41	0.305
CLPM_S	3.94	25.10	0.157	17.91	0.220
CLPM_D	6.25	23.85	0.262	15.94	0.392
MM	6.35	24.80	0.256	17.02	0.373
LPM	5.13	22.90	0.224	17.04	0.301

V. 결　론

1. 연구의 결론 및 미래산업에 대한 시사점

본 연구에서는 국내에서 거래가 가능한 섹터ETF들을 이용하여 포트폴리오를 구성하고 다양한 포트폴리오 위험측정 지표를 이용하여 최적자산배분을 수행하였다. 섹터ETF로 구성된 포트폴리오를 운영하여, 섹터ETF의 모임이라고 할 수 있는 코스피지수 대비 성과를 검증하고자 하였다.

실험결과 위험자산과 무위험자산의 조합일 경우 모든 위험지표가 코스피지수대비 좋은 성과를 보였다. 그리고 MV모형 이후로 연구되어온 다양한 위험 측정 방법들은 모두 MV모형보다 위험대비 성과가 좋게 나왔다.

투자관련 미래산업에서 본 연구의 결과는 다음과 같은 시사점을 갖는다. 본 연구는 실제 거래가 가능한 ETF를 이용하였으므로, 본 연구의 결과는 증권사나 자산운용사 등의 기관투자자의 상품으로 개발되어 운영될 수 있을 것이다. 자산운용사의 경우 ETF상품들을 이용한 EMP(ETF Managed Portfolio) 형태의 펀드를 출시할 수 있을 것이다. 증권사의 경우 Wrap상품으로 유사한 형태의 EMP 상품을 출시할 수 있다. 또한 개인투자자들이 소액으로 직접 투자할 경우에도 ETF의 특성상 충분히 운영이 가능할 것이라고 본다.

2. 한계점과 추후연구과제

본 논문에서는 코스피 시장의 섹터를 이용하여 투자하는 실험을 해보았다. 그러나 현실의 투자세계에서 투자자는 훨씬 더 다양한 자산에 투자를 하고 있다. 보통 연기금 등 기관투자가의 경우 자산배분은 국내주식, 국내채권, 해외주식, 해외채권, 대체투자 등의 5가지 이상의 범주를 나누어 투자한다. 본 연구 역시 주식 섹터뿐만이 아닌 다양한 자산군을 대상으로 연구해볼 필요가 있다고 생각된다.

연기금 등 기관투자자의 경우, 특정 자산에 대한 자산배분비중이 정책적으로 결

정되어 있어 그 비중의 상하한의 범위가 제한되어 있다. 그러나 본 논문에서는 자산의 비중제한을 두지 않았다. 자산의 비중을 제한하였을 경우의 포트폴리오의 성과의 차이를 비교해 볼 필요가 있다.

본 논문에서는 월별 리밸런싱을 가정하여, 백테스팅 하였다. 그러나 월별 리밸런싱의 경우, 갑작스런 시장의 하락이나 상승에 대비하기에 너무 늦는 경우가 발생한다. 특히 2011년 중반에 발생했던 유로존 리스크로 인한 코스피 하락은 불과 한달 사이에 상당부분 하락했다. 월별 리밸런싱의 경우 이런 리스크를 감지하거나 피해갈 수가 없다. 리밸런싱 기간을 다이나믹하게 운용할 수 있는 전략에 대해 고민해볼 필요가 있다.

또한 본 연구에서 기대수익률이 자산배분에 있어 중요한 요소이나 모든 전략에 있어 동일하게 과거수익률의 평균값을 사용하였다. 이는 위험측정요소별 성과차이를 확인하고자 하는 목적에 부합하나, 실제 포트폴리오의 운영에서는 좀 더 현실적인 기대수익률 추정 방법을 연구해볼 수 있을 것이다.

참고문헌

Alexander G. J. and Baptista A. M. (2002), Portfolio selection with a drawdown constraint, Journal of banking & finance, 30, 3171-3189

Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J-M., Heath, D. (1999), Coherent Measures of Risk, *Mathematical Finance,* 9(3), 203-228

Bawa, V. (1975), Optimal rules for ordering uncertain prospects, *Journal of Financial Economics*, 2, 95-121.

Bawa, Vijay S. and Eric B. Lindenberg. (1977), Capital Market Equilibrium In A Mean-Lower Partial Moment Framework, *Journal of Financial Economics*, v5, 189-200

Biglova, A., Ortobelli, S., Rachev, S. and Stoyanov, S. (2004), Different approaches to risk estimation in portfolio theory, *Journal of Portfolio Management*, 31(1), 103-112.

Brinson Et Al. (1986), Determinants of Portfolio Performance, *Financial Analysts Journal*, 42(4), 39-44

Engle, R. F., (ed.) (1995), ARCH: Selected Readings, Oxford University Press, Oxford

Engle (2002), Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models, *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(3)

L. Favre, J. A. Galeano (2002), Mean –modified Value-at-Risk optimization With Hedge Funds, *Journal of Alternative Investment*, 5

Fishburn, Peter C. (1977), Mean-Risk Analysis With Risk Associated With Below-Target Returns, *American Economic Review*, 67(2), 116-126.

Harlow, W. V. and R. K. S. Rao (1989), Asset Pricing in a Generalized Mean-Lower Parial Moment Framework: Theory and Evidence, *Journal of Financial And Quantitative Analysis*, 24(30, 285-309

Hensel, Chris R., D. Don Ezra, and John H. Ilkiw. (1991), The Importance of the Asset Allocation Decision, *Financial Analysts Journal*, 47(4), 65–72

Ibbotson, Roger G., and Paul D. Kaplan. (2000), Does Asset Allocation Policy Explain 40, 90, or 100 Percent of Performance?, *Financial Analysts Journal*, 56(1), 26–33

Lam Weng Hoe, Jaaman Saiful Hafizah, Isa Zaidi (2010), An empirical comparison of different risk measures in portfolio optimization, *Peer-reviews & Open access journal*, 1(1), 39-45

Markowitz, H. (1952), Portfolio selection," *Journal of Finance*, 7(1), 77-91.

Markowitz, H. (1959), Portfolio Selection, *(First Edition), New York:John Wiley and Sons*, Ch9(The Semi-Variance), 188-201.

Roy, A. D. (1952), Safety First and the Holding of Assets, *Econometrica*, 20, 431-439

Sing, T. F. and S. E. Ong, (2000), Asset Allocation in a Downside Risk Framework, *Journal of Real Estate Portfolio Management*, 6(3), 213–224

Vardharaj, Raman, and Frank J. Fabozzi. (2007), Sector, Style, Region: Explaining Stock Allocation Performance. *Financial Analysts Journal*, 63(3), 59–70.

Young, M. (1998), A minimax portfolio selection rule with linear programming solution, *Management Science*, 44(5), 673-683.

The Selection of Appropriate Risk Measuring Method in terms of the performance of the optimal asset allocation model

- Empirical Analysis Using Sector ETFs in Korea Stock Market -

Kim, Seong Il* · Seungmook Choi**

Abstract

Since Markowitz (1952) of the mean-variance model, there are many studies have been conducted in the field of the optimal asset allocation. In particular, the study of portfolio risk measures have been developed in various ways. This paper made a comparative study LPM, CLPM, VaR, CVaR, minimax in addition to variance of the returns and compared the performance of portfolio about each risk indicators in terms of return on the risk. When the variance-covariance matrix is needed to use for optimal asset allocation, we estimated both the standard variance-covariance matrix and the DCC-MGARCH to use necessary risk indicators. And we compared the result of all kind of test in terms of return on the risk. In a variety of market conditions, LPM, CLPM against other risk indicators show better performance in terms of return on risk. Optimized portfolio of sector ETFs using variance as well as various risk indicators, shows higher performance than KOSPI index always.

Key word : optimal asset allocation, mean-variance model, DCC-MGARCH, LPM, CLPM, VaR, CVaR, minimax

* Team leader, Industrial Bank of Korea, ksi0428@naver.com
** Corresponding Author. Associate Professor, School of Business Administration, Nevada State College, seungmook.choi1004@gmail.com