

裁定接近에 의한 投資決定理論研究

閔 庚 晓

| — 目 次 — | |
|------------------------------|-------------------|
| 1. 序 論 | 다. APT의 要約 |
| 2. 裁定去來와 資產評價 | 라. APT의 實證 |
| 3. 裁定에 의한 企業評價와 投資行動 | 5. APT의 評價 |
| 4. 裁定價格決定理論 | 가. Ross의 裁定價格決定理論 |
| 가. APT의 假定 | 나. 그 後의 理論的研究 |
| 나. 포오트폴리오의 收益率과 裁定 포오트폴리오 | 다. 實證的 研究의 展開 |
| | 6. 結 論 |

I. 序 論

將來를豫測할 수 없는 世界에서 危險資產의 價格이 어떻게 形成되고 危險과 收益間에 市場이 均衡을 이룬 경우 어떠한 關係式이 成立하는가 하는 것은 投資理論에 있어서 重要 한 問題이다. Sharp(1964)¹⁾와 Lintner(1965)²⁾에 의해 公表된 關係式은 Sharp-Lintner

* 本研究所 研究員, 檀國大學校 社會科學大學 經營學科 副教授

- 1) Sharpe, William F. (1964), "Capital Market Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk," Journal of Finance 19(September), pp. 425-442.
- 2) Lintner, John (1965 a), "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets", Review of Economics and Statistics, 47 (February), pp. 13-37.
Lintner, John (1965 b), "Security Prices, Risk, and Maximal Gains from Diversification", Journal of Finance, 20 (December), pp. 587-616.
Lintner, John (1965 c), "Security Prices and Risk: The Theory and a Comparative Analysis of A.T.&T. and Leading Industrials", a Paper Presented at the Conference on the Economics of Regulated Public Utilities, June, 24, 1965, Chicago.

產業研究

型 資本資產價格 決定模型으로 불리어, Markowitz 式 포오트폴리오選擇의 規範理論의 成果에 立脚하여 個別危險資產의 危險과 收益間의 市場均衡關係를 統計的으로 檢定可能한 形態로 定型化한 實證모델을 이루고 있다.

사람들의 關心은 當然히 이 CAPM이 危險資產의 收益構造를 實際로 어느 정도 잘 說明 할 수 있느냐에 쏠렸다. Douglas(1969)³⁾나 Lintner(1965)에 의해 否定的인 報告가 있자 CAPM이 依據하던 諸假定의 現實的妥當性에 批判의 눈초리가 集中되었다. 무릇 理論化 한 抽象化하는 것이며, 모델이 單純化된 世界의 한 描寫인 限 諸假定의 하나하나를 非現 實的이라 非難하는 것 自體는 生產的이 아니다.

따라서 Douglas나 Lintner의 實證的 方法上의 不備點을 指摘하거나 (Miller & Scholes [1972])⁴⁾, 이들 難點을 回避하는 보다 精密한 檢定節次를 마련하여 CAPM의 有效性을 判定하는 努力이 이루어졌다 (Friend & Blume [1970]⁵⁾, Black, Jensen & Scholes [1972]⁶⁾, Fama & Macbeth [1973]⁷⁾. 同時에 CAPM導出上前提되었던 諸假定을 빼고 擴張된 모델 을 導出하여 이것이 觀察된 資料에 대하여 어느 程度 頑健한가를 確認하는데에 精力を 기우리게 되었던 것이다.

CAPM이 훌륭한 理論이란 것은 事實이다. 그러나 現實과의 對應을 보면 많은 限界와 制約이 있는 것이다. S.A.Ross가 提唱한 裁定價格決定理論 (Arbitrage Pricing Theory : APT)은 市場포오트폴리오를 唯一한 說明變數로 하는 CAPM에 있어서 그 基本的인 市場 포오트폴리오 自體의 計測이 現實的으로는 不可能하다는 Roll⁸⁾의 批判, 그리고 各證券의

- 3) Douglas, George W. (1969), "Risk in the Equity Markets: An Empirical Appraisal of Market Efficiency", Yale Economic Essays, 9 (Spring), pp. 3-45.
- 4) Miller, Merton H. & Myron Scholes (1972), "Rates of Return in Relation to Risk: A re-examination of Some Recent Findings", in Jensen, ed., Studies in the Theory of Capital Market. Praeger Publishers, New York, 1972.
- 5) Friend, Irwin, and Blume, Marshall (1970), "Measurement of Portfolio Performance under Uncertainty", American Economic Review, 60 (September), pp. 561-575.
- 6) Black, Fisher; Jensen, Michael; and Scholes, Myron (1972), "The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests", In Jensen, ed., Studies in the Theory of Capital Market. Praeger Publishers, New York, 1972.
- 7) Fama, Eugene F and Macbeth, James, D. (1973), "Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests", Journal of Political Economy, 71 (May-June), pp. 607-636.
- 8) Roll, Richard, "A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests," Journal of Financial Economics, Vol. 4 No. 2 (May 1977), pp. 1051-1069.

超過收益은 β 係數 만으로는 說明되지 않고 다른 重要한 變數의 存在가 示唆된다는 指摘等에 應答하는 形式으로 提唱된 것으로서 市場포트폴리오의 概念을 쓰지 않고 그대신 多數의 基本的 變數(fundamentals)를 認定하려는 思想이 根底에 깔려 있는 것이다. 그런 意味에서 實證可能한 理論을 構築한다는 意圖가 強하며, 實際的·直觀的인 모델에 經濟學的 意味를 附與한 理論으로서의 特徵을 지니고 있다고 할 수 있다.

이 理論에 의하면, 危險資產의 不確實性 源泉은 比較的 少數의 要因에서 구할 수 있게 되는 것이다. Contingency claims 理論이 危險負擔의 效率的配分을 위해서는 將來의 自然狀態數만큼 獨立的인 危險資產을 必要로 하는 것을 分明히 하였기 때문에 이 面에서 效率性의 實現은 事實上 不可能하다는 悲觀的 見解가一般的이었다. 그러나 APT는 그前提가 充足되는 限 投資者의 不確實性에 대한 對策에 있어서는 共通要因의 數와 같은 獨立된 資產을 保有하고 있으면 된다는 것을 示唆하고 있으며, 危險負擔에 관한 市場效率性의 論議에도 큰 影響을 준다고 생각된다.

最近 CAPM에 代身하는 理論으로서 Ross⁹⁾의 APT가 注目을 끌고 있는데 美國을 中心으로 理論上의 再檢討·精密化 및 實證的 檢證이 이루어지고 있다.

以下에서 그 모델을 整理하고 그 後의 研究에 대하여 檢討해 보기로 한다.

2. 裁定去來와 資產評價

經營財務의 中心問題인 資金의 調達·運用에 있어서 어느것이나 資產의 價值評價를 必要로 하고 있다. 資產評價는 資產이 産出할 將來收益을 現在價值化하는 方法이다. 그런데 將來收益은 不確實하고, 또한 將來의 多期間에 걸쳐 收益을 올리게 되므로 資產評價에 必要한 現在價值는 不確實性下에 있어서 多期間의 現在價值이다. 그러나 이 不確實性下 多期間의 現在價值는 完備的 市場을 前提로 하는 論議를 제하고 理論的으로 健全한 基礎위에 構築되어 있는지 疑問視되는 점도 있다.¹⁰⁾

9) Ross, Stephen A., "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing", Journal of Economic Theory, Vol. 13 No. 3 (Dec. 1976), pp. 341-360.

10) 資本市場이 完備的인 것을 前提로 한 論議는 Breeden and Litzenberger[1978], Rubinstein[1976]을 參照. 資本市場이 完備的이 아닌 경우 投資者的 效用函數를 特定化하든가, 本來의 으로는 市場에서 決定되어야 할 安全利子率이 確實히 附與되어 있는 等의 強力한 前提를 必要로 한다.

產業研究

以下에서 Modigliani-Miller(MM)[1958年]¹¹⁾를 基本으로 하는 裁定(Arbitration)에 의한 資產評價, MM以後의 裁定에 의한 資產評價理論의 發展에 대하여 檢討해 보기로 한다. 裁定에는 적어도 두 資產이 있어야 한다. 基準이 되는 한쪽 資產의 收益으로 他 資產의 收益이 完全히 再現될 때, 基準으로 한 資產의 價值에 의해 다른 資產의 價值를 表現할 수가 있다고 하는 것이 裁定에 의한 資產評價이다. 따라서 裁定에 의한 資產評價의 中心的 課題는 收益이 基準이 되는 資產의 一定量 保有로 再現될 수 있느냐 하는 것이다.

「裁定」의 例로서는 外國換市場에 있어서 3國間 裁定이나 利子裁定等을 들수 있는데, 이를 간단히 例示的으로 定義하면 다음과 같이 말할 수 있다. 即 裁定이란, 两市場에서 팔리고 있는 財貨의 價格이 한쪽 市場에선 비싸게, 다른 한쪽의 市場에서는 싸게 팔리고 있을 경우, 싼쪽에서 購入하여 비싼쪽에 賣却하는 것, 또는 이 財貨의 購入을 希望하는者가 싼쪽의 市場에서 購入하여 賣却을 希望하는者가 비싼쪽 市場에서 賣却하는 것을 말한다. 이러한 裁定去來는 两市場에서의 價格差가 存在하는 한 實行되고, 裁定의 實施는 两市場에서의 價格差를 解消시키는 方向으로 作用한다. 그 結果 均衡에 있어서는 两市場의 價格이 一致하므로 裁定을 하려는 사람에게 그 以上的 裁定去來 實行이 아무런 利益을 가져오지 못하게 된다.

그리하여 裁定去來는 摩擦的 要因이 存在하지 않은 市場에 있어서, 같은 財貨 또는 證券等은 다르지만 實質的으로 같다고 생각되는 財貨가 相違한 價格으로 賣買되는 일이 없다는 것을 保證한다. 이 均衡에서의 特徵을 資本市場에 立脚하여 바꾸어 말하면 다음과 같다.

資本市場이 均衡되어 있다고 하면 그 以上的 追加資金을 投下함이 없이 投資者가 保有資產의 種目이나 保有量을 變更하였다 하더라도 스스로의 消費機會集合을 確實히 擴大할 수 없게 資產의 價格이 決定되어 있는 것, 即 裁定에 의한 確實한 利得이 存在하지 않는다는 條件(no riskless arbitrage profit)이 充足되어 있는 것이 된다.¹²⁾

裁定去來는 實質的으로 같은 財貨가 다른 價格으로 去來되지 않는 것을 主張한다. 다른 證券 資產이 實質的으로 같은 資產으로 되기위한 條件은 그 資產의 收益이 基本資產의 포

11) Modigliani, F. and M. H. Miller, 1958, "The Cost of Capital, Corporation Finance, and the Theory of Investment", A. E. R., 48:261-297.

12) 現代經營財務論 第4章(齊藤 進) [東京大學 出版會] p.94.

오토플리오收益에 의해 複製되는 것이다.

그런데 收益이 基本資產 收益의 1次 結合에서 表示될 수 없는 資產에 대해서도 裁定에 의해 資產價值를 決定할 수 있는 것일까? 이와같은 問題에 대해서 解答을 주는것이 Ross [1976年]¹³⁾에 의해 처음으로 提唱된 「近似的 裁定에 의한 資產評價」이다.

資產이 하나라고 생각하면 것을 이제 資產이 多數 存在하는, 即 基本資產의 포오토플리오 投資額에 의해 價值가 表現되는 資產이 多數 存在하는 것으로 한다.

지금 A_1 에서 A_n 까지의 n 個의 資產이 있고 그 資產의 收益이 각各 基本資產의 收益 $\tilde{F}_0, \tilde{F}_1, \dots, \tilde{F}_k$ 와 當該 資產의 固有한 收益變動을 나타내는 항의 1次結合에 의해 表現된다고 하자. 예컨데 資產 A_i 의 收益 \tilde{R}_i 는

$$\tilde{R}_i = b_{i0} + b_{i1}\tilde{F}_1 + b_{i2}\tilde{F}_2 + \dots + b_{ik}\tilde{F}_k + \tilde{\epsilon}_i, \quad (i = 1, \dots, n)$$

이 된다. 여기서 基本資產의 收益은 相互 獨立的이며, $\tilde{\epsilon}_i$ 는 資產 A_i 의 固有 收益變動을 나타내는 項으로 各 基本資產의 收益과 各各 獨立하고, 또 다른 基本資產 A_j 의 固有 收益變動要因 ϵ_j ($j \neq i, j = 1, \dots, n$)과도 獨立의이라고 하자. $\tilde{\epsilon}_i$ 의 期待值은 0이고 分散은 $\sigma_i^2 (< \infty)$ 으로 한다.

b_{ij} ($i = 1, \dots, n, j = 0, 1, \dots, k$)는 回歸係數라 하는것과 同一하며, \tilde{F}_j 의 變動에 대한 b_j 의 反應 程度를 나타내는 係數이다. 또한 A_1 에서 A_n 까지의 資產의 種類는 基本資產의 種類보다도 充分히 많고 따라서 n 은 k 보다도 充分히 큰 數이다.

이경우 다음과 같은것이 成立한다. 即 各 資產의 固有 收益變動을 나타내는 項 ϵ_i ($i = 1, 2, \dots, n$)에 對應하는 價格은 存在하지 않고, 따라서 裁定에 의한 資產評價에 있어서는 이들 項을 無視하여도 좋은 것, 即 近似的 裁定에 의한 資產評價라는 것이 成立된다. 다시 말하면, 資產 A_i 의 評價를 할 경우, 大數의 法則이 成立하는 것을前提로하여 그 收益이 基本資產 收益의 1次結合에 의해 近似的으로 表現되면 되는것이며, 그런 意味에서 우리는 大數의 法則이 適用되는 狀況에서의 裁定을 近似的 裁定이라 부른 것이다.

以上의 裁定에 의한 資產評價에 있어서는 收益의 複製에 必要한 포오토플리오가 時間과 더불어 變化하지 않고 一定한 것으로 다루었다. 이 포오토플리오 一定의前提는 資產收益

13) Ross, S. A., 1976, "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing", J. E. T., 3:343-362.

의 確率分布가 每期 一定하다는 假定에 對應한 것이다. 그러나 一般的으로는 收益의 確率分布는 一期마다 變動하고 있으며, 그 結果 收益의 複製에 必要한 포오트폴리오도 一期마다 그 內容을 다이나믹하게 變更하지 않으면 안된다.

3. 裁定에 依한 企業評價와 投資行動

不確實性下에서의 企業評價에 대해서는 資產選擇의 分離原理에 依據한 資本資產價格決定모델이 잘 開發되어 있다. 그러나 分離原理에 依據한 CAPM에 있어서는 主觀的 確率分布가 相互一致하는 것과 效用函數가 雙曲絕對危險迴避型(HARA : hyperbolic absolute risk averse)이라는相當히 強한 制限이 各個人의 選好에 대하여 부과되어 있다. 이에 대하여 Diamond¹⁴⁾에 의해 創始되고 Ross¹⁵⁾의 의해 一般化된 企業評價에 대한 裁定接近에 있어서는 各個人의 選好에 대하여 거의 制限을 둘 必要가 없다. 裁定接近은 企業의 投資機會에 어떤 制限을 加함으로써 企業評價의 問題에 있어서 收益率을 均等化하는 裁定問題에 歸着시키기 위하여 各個人의 選好에 대한 制限을 不必要한 것으로 한다.¹⁶⁾

企業評價란 當該企業의 投資行動이 將來時點에 產出될 收益의 現在時點에서의 市場價值를 算定하는 것이다. 企業 將來收益의 現在市場價值란 것은 當該企業의 收益을 分配할 수 있는 權利의 市場價格, 即 株式의 時價總額인 것이며, 이 株式 時價總額을 當該企業의 企業價值라 한다.

投資行動의 決定에 있어서 企業評價는 本質의이다. 왜냐하면 企業價值를 最大化하는 投資行動이 株主全員에게 有利化되기 때문이다.

投資行動에 의한 將來時點의 收益은 一般的으로 現在時點에서 確實히 알 수가 없다. 이

14) Diamond, P. A., "The Role of a Stock Market in a General Equilibrium Model with Technological Uncertainty", American Economic Review 57, 1967.

15) Ross, S. A., "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing", Journal of Economic Theory 13, 1976.

Ross, S. A., "Return, Risk and Arbitrage" in Risk and Return in Finance, Vol. 1, I. Friend et al. eds., Ballinger, Cambridge, Mass, 1977.

16) 落合仁司：“裁定による企業評價と投資行動”，「計測室テクニカル・ペーパ」No.54(1980), 日本證券經濟研究所。

裁定接近에 의한 投資決定理論研究

不確實性을 描寫하는 方法은 여러 가지가 있으나 가장一般的인 方法이 狀態選好接近을 擇하는 것이다. 狀態選好接近에 의하면 不確實성이란 將來時點에 일어날 수 있는 狀態의 集合은 現在時點에서 既知이나, 그集合內의 어느 狀態가 現實로 생길 것인가에 대해서는 未知인 것으로 描寫된다. 따라서 將來時點의 收益이 不確實하다는 것은 將來時點에 생길 수 있는 狀態마다 收益이 다른 것으로 定式化된다.

우선 確實性下의 企業評價와 投資行動에 대하여 보기로 한다.

簡單히 하기위하여 現時點과 將來時點의 두 時點만을 생각한다. 現時點에서 投資 K 는 將來時點에 있어서 收益 X 를 產生하여, 收益 X 는 現時點에서 確實히 알수 있다고 假定한다. 이경우 收益 X 를 產生하는 企業의 市場價值 V 는 어떻게 算出될 것인가? 지금 將來時點에서의 收益이 確實한 資產(安全資產)이 存在한다고 假定하여 當該資產의 收益率을 R 이라 한다. 企業價值 V 를 支拂하여 企業의 株式을 取得하면 將來時點에 收益 X 를 얻을 수 있으므로 企業株式의 收益率은 $\frac{X}{V}$ 이다. 같은 1원을 安全資產에 投下하면 R 원, 企業株式에 投下하면 $\frac{X}{V}$ 원이 確實히 回收될 수 있으므로, 만약 $\frac{X}{V} > R$ 이면 安全資產을 賣却하여(또는 利率 R 로 借入하여) 株式을 買入하는 行動이 有利하며, $\frac{X}{V} < R$ 이면 株式을 賣渡하여 安全資產을 買入하는 行動이 有利하다. 어느 경우의 行動도 資金敘이 確實히 收益을 얻는 것이 可能한 行動이다. 이와같은 行動을 裁定이라 부른다. 一般的으로 資金 零으로 確實히 收益을 올리는 行動이 無限히 可能한 것은 아니고, 早晚間 株式과 安全資產의 收益率은 均等化한다. 即

이 되고, 裁定의 餘地는 없다.

(1) 式은 安全資產이 存在하고 株式과의 裁定이 可能하면 恒常 成立한다. 이때 企業價值 V 는

로 算定되게 된다. 即 現時點의 企業價值 V 는 將來時點의 企業收益 X 를 安全資產의 收益率 R 로 割引한 값과 같다. 이 (2) 式이 確實性下의 企業評價를 附屬하는 것이다.

企業은 投資 K 와 그 收益 X 의 組合 集合을 가지고 있다고 생각된다. 即 企業은 投資

產業研究

와 收益의 組合($-K, X$)에 대하여 可能한 代替案의 集合을 가지고 있는 것이다. 이 集合을 投資機會集合이라 부르고 T 로 表示한다. 投資機會集合 T 는 企業의 投資決定에 有する 制約條件이 되는 것이다.

企業이 株主의 利益을 最大化하는 것을 目標로 하고 있다고하면, 投資行動의 目的은 企業價值 V 에서 投資費用 K 를 差減한 純企業價值 Π 를 最大化하는 것이 된다.

企業價值 V 는 (2)式에서 주어지므로 企業의 投資行動은

$$\max_{(-K, X)} \Pi = \frac{V}{R} - K$$

$$s.t. \quad (-K, X) \in T$$

로 定式化된다. 단 安全資產의 收益率 R 은 投資決定에 있어서 外生的 與件으로 看做된다
고 假定하자. 소위 競爭假定이다. 即 投資行動은 投資機會集合 T 에 속하는 投資의 代替
案中에서 利子率(安全資產의 收益率) R 을 與件으로한 경우의 純企業價值 $\Pi = \frac{X}{R} - K$ 를
最大化하는 投資案을 選擇하는 行動으로서 定式化되는 것이다.

지금 純企業價值를 最大化하는 投資案 $(-K, X)$ 가 一意的으로 存在한다고 假定하면 利子率 R 의 變化에 대한 投資行動의 變化를 分析할 수 있다. 即 利子率이 R^0 인 경우에 純企業價值 Π 를 最大化하는 投資案을 $(-K^0, X^0)$, 利子率이 R^1 의 경우에 Π 를 最大化하는 投資案을 $(-K^1, X^1)$ 으로 한다. 이경우 定義에 의해

$$\frac{X^0}{R^0} - K^0 > \frac{X^1}{R^0} - K^1$$

$$\frac{X^1}{R^1} - K^1 > \frac{X^0}{R^1} - K^0$$

이다. 이 第1式의 左邊에서 第2式의 右邊을 差減하고, 또한 第1式의 右邊에서 第2式의 左邊을 差減하여 整理하면,

$$(\frac{1}{R^0} - \frac{1}{R^1})(X^0 - X^1) > 0 \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

이된다. 이 (3)式에서, 가령 利子率이 R^0 에서 R^1 로 上昇하면

$$\frac{1}{R^0} - \frac{1}{R^1} > 0$$

裁定接近에 의한 投資決定理論研究

이므로,

$$X^0 - X^1 > 0$$

이 되어 收益 X' 은 X° 보다 減少하는 것을 알 수 있다. 따라서 보다 적은 收益이 보다 적은 投資에 의해 可能하다고 하면(換言하면 投資機會集合 T 에 無償處分可能性을 假定하면), 利子率의 上昇은 投資를 減少시키는 것이된다. 이와같이 投資行動의 制約條件附 最大化問題로서의 定式化에서 (3)式에서 表示되는 바와같은 投資行動의 特徵이 導出되는 것이다.

그러면 企業의 將來 收益이 不確實한 경우를 보자.

企業의 將來 收益의 不確實性은 狀態選好接近을 擇하면 將來 일어날 수 있는 狀態마다 收益이 다르며, 또한 將來 어떠한 狀態가 實際로 일어날지 알수 없는 것으로 定式化된다. 將來 일어날 수 있는 狀態는 無限일 수 있지만, 이경우 將來의 狀態를 두 種類라고 假定한다. 即 現在의 投資 K 에 대하여 將來의 收益은 第1 狀態가 發生한 경우에는 X_1 , 第2 狀態가 發生한 경우에는 X_2 로 假定하는 것이다. 이경우 企業 價值 V 는 어떻게 附與되는 것인가.

지금 두 狀態中 어느것이 發生하더라도 同一 收益率 R 을 가져오는 資產(安全資產)과 第1 狀態가 發生한 경우의 收益率 R_1 과, 第2 狀態가 發生한 경우의 收益率 R_2 가 相異한 資產(危險資產)의 두 資產이 存在한다고 假定한다. 이경우 總額 1 원의 資金을 危險資產에 A 원, 安全資產에 $1 - A$ 원 投下하여 第1 狀態가 發生한 경우

의 收益率을 가져오고, 第 2 狀態가 發生한 경우에

의 收益率을 놓는 合成資産을 만들수가 있다. 따라서 第1狀態에서 1원, 第2狀態에서 0 원을 受取하기 위해서는 이 合成資產에 P_1 원 投下하면 되는 것이다. P_1 은 (4), (5)式을 풀면

$$P_1 = \frac{1}{R} \cdot \frac{R - R_2}{R_1 - R_2} \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

產業研究

으로 算定된다. 다시 말하면, 安全資產과 危險資產을 (4), (5) 式을 充足시키도록 合成하면, 第1狀態에서는 1원 受取하고 그외의 狀態에서는 아무것도 受取할 수 없는 資產을 만들 수 있으며, 이와같은 資產의 價格은 (6) 式에서 주어지는 P_1 이 되는 것이다. 이와같은 資產이 곧 Arrow-Debreu 證券이다. 똑같이 第2狀態에서 1원, 第1狀態에서 0원 受取할 수 있는 Arrow-Debreu 證券을 合成하는 것도 可能하다. 이 第2狀態에 대한 Arrow-Debreu 證券의 價格 P_2 는

로 算定된다.

第 1 狀態에서만 1 원 受取되는 Arrow-Debreu 證券의 價格 P_1 과 第 2 狀態에서만 1 원
受取하는 Arrow-Debreu 證券의 價格 P_2 的 合은 (6), (7) 式에 依據

이 된다. $\frac{1}{R}$ 은 곧 第 1 狀態에서나 第 2 狀態에서나 똑같이 1 원 받게되는 安全資產의 價格이다.

Arrow-Debreu 證券이 合成 可能이면 不確實性下의 企業評價는 確實性下에서와 똑같이 裁定 問題에 歸着된다. 即 第1狀態에서 X_1 원, 第2狀態에서 X_2 원 받는 企業株式의 價格 V 에 대하여 名狀態에서 當該 株式과 同額의 受取가 可能한 Arrow-Debreu 證券의 合成證券 價格은 $P_1 X_1 + P_2 X_2$ 이다. 따라서 裁定의 餘地가 없어지기 위해서는 企業價值 V 와 合成 Arrow-Debreu 證券의 價格 $P_1 X_1 + P_2 X_2$ 가 均等化되지 않으면 안되어

이 成立된다. 이 (9)式은 不確實性下의 企業價值 V 가 將來 發生할 수 있는 狀態마다 收益各 狀態의 Arrow-Debreu 證券 價格을 加重한加重平均과 같다는 것을 나타내고 있다.

이 (9) 式이 不確實性下에서의 企業評價를 附與하는 것이다.

(9) 式에 의해 企業評價가 附與되는 경우, 投資行動의 分析은 確實性下에서와 똑같이 이루어질 수 있다. 即 投資機會集合 T

$$(-K, X_1, X_2) \in T$$

의 制約下에서 純企業價值 Π

$$\Pi = P_1 X_1 + P_2 X_2 - K$$

를 最大化하도록 投資案 ($-K, X_1, X_2$) 을 決定하는 問題로서 投資行動은 定式化된다.

以上 不確實性下에서의 企業評價와 投資行動의 分析은 Arrow-Debreu 證券이 合成 可能할 것이 前提가 된다. 이것은 Arrow-Debreu 證券의 合成過程에서도 分明한 것처럼 將來 發生할 수 있는 狀態의 數(狀態空間의 次元)에 대하여 市場에 存在하는 資產의 種類(資產空間의 次元)가 많던가, 또는 적어도 같다고 假定하고 있는것을 意味한다. 그러나 將來 發生할 수 있는 狀態는 거의 無限인데 대하여, 市場에 存在하는 資產의 種類는 有限인 것이 常態일 것이다. 따라서 將來 發生할 수 있는 狀態가 無限이고 Arrow-Debreu 證券이 存在하지 않는 경우에 대한 企業評價와 投資行動의 問題를 檢討할 必要가 있는 것이다.

4. 裁定價格決定理論

가. APT의 假定

APT는 다음과 같은 基本的 假定을前提로 하고 있다.

- ① 資本市場은 完全 競爭市場이다.
- ② 投資者는 確實한 富에 관해서는 보다 큰 額을 選好하며, 또한 危險에 대해서는 回避的이다.
- ③ 資產 i ($i = 1, \dots, n$)의 投資收益率 \tilde{R}_i 는 모든 資產에 共通되는 k 개의 變數 $\tilde{F}_1, \dots, \tilde{F}_k$ 를 갖는 다음 確率過程에서 生成된다.

$$\tilde{R}_i = b_{i0} + b_{i1}\tilde{F}_1 + b_{i2}\tilde{F}_2 + \dots + b_{ik}\tilde{F}_k + \tilde{\epsilon}_i \quad (i = 1, \dots, n) \quad \dots \quad (10)$$

$\tilde{F}_1, \dots, \tilde{F}_k$ 는 體系的인 變動要因으로 推定時에 使用되는 要因分析(factor analysis : 因子分析) 技法關係이며 要因(factor)이라고 부른다. b_{ij} 는 資產*i*의 共通要因(Common factor) \tilde{F}_j 의 變動에 대한 敏感度를 나타내는 常數이다. 또한 $\tilde{\epsilon}_i$ 는 資產*i*에 固有의 變動要因을 나타내는 非體系的인 攪亂項(noise term)이며, 平均 0,

產業研究

分散 σ_i^2 이다. 그리고 b_{i0} 는 資產 i 에 固有한 常數이다.

④ 資產의 種類는 充分히 많고 (n 이 大), 또한 撥亂項 $\tilde{\epsilon}_i$ 相互의 相關은 充分히 작으며, 大數의 法則이 成立한다.

⑤ 各 共通要因은 相互 獨立하며 또한 各 共通要因과 撥亂項(誤差項)도 相互 獨立的이다. 그리고 共通要因은 資產收益率의 變動을 說明하는 것이므로 簡單히 하기 위하여 平均 0, 分散 1로 標準化되어 있는 것으로 한다. 그래서 $E(\tilde{R}_i) = b_{i0}$ 이며, b_{i0} 는 期待收益率을 表示한다.

APT는 CAPM과 달라서 投資者의 效用函數 또는 資產收益率의 分布型에 制約을 두지 않는다는 意味에서 輝씬一般的이다. 다만 이때문에 그 代償으로서 危險價格을 內生的으로 決定할 수가 없는 弱點을 가지고 있다. 그러나 위 ④는 CAPM보다 輝씬 강한 假定이라는 것에 注意하지 않으면 안된다. CAPM은 實際히 危險資產에의 分散投資 效果가 價格決定에 어떻게 反映되는가를 밝힌 理論이지만 危險資產에 대해서는 最小限 두 種類만 存在하면 된다.

그리고 企業의 個別的要因 $\tilde{\epsilon}_i$ 는 個個의 企業에게는 重大한 關心事이지만, 分散投資가 이루어지면 消去되기 때문에 단지 撥亂項으로서 取扱된다.

나. 포오트폴리오의 收益率과 裁定포오트폴리오

市場에서 ④의 假定이 成立하기에 充分한 數인 n 證券의 資產이 存在할 경우, 이들을 모두 包含한 포오트폴리오를 P 로 한다. 포오트폴리오 P 에서의 資產 i 의 結合比率를 x_i ($i = 1, \dots, n, \sum_{i=1}^n x_i = 1$) 라 하면, 그 收益率 \tilde{R}_P 는 다음과 같이 表示된다.

$$\tilde{R}_P = \sum_{i=1}^n b_{i0} x_i + (\sum_{i=1}^n b_{i1} x_i) \tilde{F}_1 + \dots + (\sum_{i=1}^n b_{ik} x_i) \tilde{F}_k + \sum_{i=1}^n \tilde{\epsilon}_i x_i \quad \dots \quad (11)$$

假定 ③ 및 ⑤로 다음과 같이 導出된다.

$$E(\tilde{R}_P) = \sum_{i=1}^n b_{i0} x_i \quad \dots \quad (12)$$

$$V(R_P) = (\sum_{i=1}^n b_{i1} x_i)^2 + \dots + (\sum_{i=1}^n b_{ik} x_i)^2 + \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 x_i^2$$

假定 ④에서 分散의 最後項이 消去되므로

$$V(\tilde{R}_p) \approx (\sum_{i=1}^n b_{i1}x_i)^2 + \dots + (\sum_{i=1}^n b_{ik}x_k)^2 \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

이 된다.¹⁷⁾

다음 條件을 充足하는 포오트폴리오를 裁定포오트폴리오(Arbitrage Portpolio) 라 定義 내린다.

$$\sum_{i=1}^n x_i = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

既存 포오트폴리오를 가진 投資者가 어떤 證券(一部 또는 全部)을 팔고 그 資金으로 다른 證券을 사서, 보다 有利한 포오트폴리오로 바꾸는 裁定去來를 생각하자. 이 경우 各證券의 포오트폴리오에 있어서 構成比率의 變化部分, 即 限界構成比率이 이 포오트폴리오의 變化를 나타내며, 위 條件을 充足하게 된다. 그래서 (13)式을 充足하는 포오트폴리오를 裁定포오트폴리오라 부른다.

다. APT의 要約

Ross의 APT는 다음과 같이 表示된다.

$$\tilde{R}_i = b_{i0} + b_{i1}\tilde{F}_1 + b_{i2}\tilde{F}_2 + \dots + b_{ik}\tilde{F}_k + \tilde{\epsilon}_i \quad (i = 1, \dots, n) \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

$$b_{i0} = \lambda_0 + \lambda_1 b_{i1} + \dots + \lambda_k b_{ik} \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

(10)이라는 收益率 生成過程下에서는 期待收益率이 (14)式으로 表示되는 바와 같이 裁定에 의해 資產價格이 決定된다는 것이다.

APT는 CAPM과 類似한 直觀에 依據하고 있으나 훨씬 더 一般的이며, 個別 證券 收益率이 k 要因에 의해 線型으로 假定한다.

$$\tilde{R}_i = E(\tilde{R}_i) + b_{i1}F_1 + \dots + b_{ik}\tilde{F}_k + \tilde{\epsilon}_i \quad \dots \dots \dots \quad (10')$$

단 $\tilde{R}_i = i$ 證券의 確率的收益率

$E(\tilde{R}_i) = i$ 證券의 期待收益率

17) 若杉敬明：“Arbitrage Pricing Theoryについて”，「計測室テクニカル・ペーパ」No.59.(1983), 日本證券經濟研究所

產業研究

$b_{ik} = i$ 證券의 k 要因에 대한 敏感度(Sensitivity)

$\tilde{F}_k =$ 考慮中인 모든 證券에 共通的인 k 要因으로 平均이 零임.

$\tilde{\epsilon}_i = i$ 證券에 대한 撷亂項으로 平均이 零임.

APT의 가장 重要한 特徵은 合理的이고 明白한 것이다.

APT는 完全競爭的이고 摩擦없는 資本市場의 通常的 假定下에서 推論되는 것이다. 또한 投資者들은 構成된 資產들에 대한 確率的收益率이 10'式의 線型 k 要因模型에 의해 決定된다는 同質的 信念(homogeneous beliefs)을 가지고 있다고 假定한다.

資本市場의 均衡狀態에서 投資者에 의해 考慮되는 資產들로 構成된 選擇 可能 포오트폴리오中

① 포오트폴리오形成時 富의 利用이 없고

② 危險이 없는 포오트폴리오는

平均的으로 아무 收益도 없다(零의 收益率). 이러한 포오트폴리오를 裁定포오트폴리오라 한다.¹⁸⁾

이것이 어떻게 만들어지는지 보기위하여 i 資產(證券)에 대한 投資의 變化額을 總投資額(富)에 대한 比率(W_i)로 表示하자. 富의 變化를 要求하지 않는 裁定포오트폴리오를 形成하기 위하여 行動의 通常的過程은 어떤 證券을 賣却하고 다른 것을 買入하는 範次를 밟는다. 數學的으로 富의 零의 變化(Zero change)는 다음과 같이 表示된다.

$$\sum_{i=1}^n W_i = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (15)$$

裁定포오트폴리오에 있어서 n 資產이 있다면 追加的 포오트폴리오收益은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \tilde{R}_p &= \sum_{i=1}^n W_i \tilde{R}_i \\ &= \sum_i W_i E(\tilde{R}_i) + \sum_i W_i b_{i1} \tilde{F}_1 + \dots + \sum_i W_i b_{ik} \tilde{F}_k + \sum_i W_i \tilde{\epsilon}_i \quad \dots \dots \dots \quad (16) \end{aligned}$$

無危險裁定포오트폴리오를 얻기 위하여 分散可能危險(非體系的危險)과 分散不能危險(體系的危險)을 除去할 必要가 있다. 이것은 다음 세 條件으로 充足될 수 있다.

① 投資比率의 變化(W_i)가 작은것 選擇

② 大數의 資產으로 分散投資(n 의 數를 크게 함)

18) Copeland & Weston: Financial Theory and Corporate Policy, p. 211.

③ 各要因 k 에 대하여 體系的危險構成要素의 加重平均 b_k 가 零이 되도록 W_i 選擇即,

$$\sum_i W_i b_{ik} = 0, \forall k \quad \dots \dots \dots \quad (17)$$

誤差項(攪亂項) \tilde{e}_i 가 獨立이기 때문에 大數의 法則에 의하여 誤差項의 加重平均은 n 이 크게됨에 따라 極限에 있어서 零에 接近한다. 換言하면 分散投資(diversification)는 最終項(非體系的 危險)을 除去한다. 따라서

$$\tilde{R}_p = \sum_i W_i E(\tilde{R}_i) + \sum_i W_i b_{i1} \tilde{F}_1 + \dots + \sum_i W_i b_{ik} \tilde{F}_k \quad \dots \dots \dots \quad (18)$$

一見하여 裁定포트폴리오收益은 確率變數로 보이지만, 各要因에 대한 體系的 危險要素의 加重平均을 零과 같도록 ($\sum_i W_i b_{ik} = 0$) 選擇하였다. 이것은 모든 體系的危險을 除去한다. 裁定포트폴리오를 各要因에 있어서 零베타(Zero-beta)와 함께 選擇하였다. 結果的으로 裁定포트폴리오에 대한 收益은 常數가 된다. 加重值의 正確한 選擇은 모든 不確實性을 除去하였으므로 R_p 는 確率變數가 아니다. 따라서 (18式은

$$R_p = \sum_i W_i E(\tilde{R}_i) \quad \dots \dots \dots \quad (19)$$

이 된다.

이렇게 만들어진 裁定포트폴리오는 어떠한 危險도 없고 아무런 새로운富도 要求하지 않는 것이다. 만약 裁定포트폴리오 收益이 零이 아니라면 아무런 資本投入과 危險이 없이도 無限의 收益率을 成就하는 것이 可能하게 될것이다. 그와같은 機會는 만약 市場이 均衡狀態에 있다면 分明히 不可能하다. 事實 만일 個別 裁定포트폴리오가 均衡狀態(따라서 그의 現포트폴리오에 滿足)에 있다면 모든 裁定포트폴리오 收益은 零이 되지 않으면 안된다. 다시 말하면

$$R_p = \sum_i W_i E(\tilde{R}_i) = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (20)$$

위 (15), (17), (20)의 式은 線型代數의 理論으로 說明될 수 있다.

常數벡터(Constant Vector)에 直交(orthogonal)하고 即

$$(\sum_i W_i) \cdot 1 = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (21)$$

产 業 研 究

그리고 各係數ベクタ (coefficient Vectors)에 直交하는 即

$$\sum_i W_i b_{ik} = 0, \quad \forall k \quad \dots \dots \dots \dots \dots \quad (22)$$

ベク터는 期待收益ベク터에 直交하게 된다. 即

$$\sum_i W_i E(\tilde{R}_i) = 0 \quad \dots \dots \dots \dots \dots \quad (23)$$

따라서 期待收益ベク터는 常數ベク터와 係數ベク터의 線型結合으로 표시될 수 있다. 即 (24) 를
滿足시키는 $k+1$ 係數 $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_k$ 가 存在하지 않으면 안된다.

$$E(\tilde{R}_i) = \lambda_0 + \lambda_1 b_{i1} + \dots + \lambda_k b_{ik} \quad \dots \dots \dots \dots \dots \quad (24)$$

b_{ik} 는 k 要因에 대하여 i 證券에 관한 收益의 敏感度이다. 만약 無危險收益率 R_f 를 가지
진 無危險資產이 있다면 $b_{0k} = 0$ 그리고

$$R_f = \lambda_0$$

이다. 고로 (24)式은 다음과 같이 超過收益形態로 고칠 수 있다.

$$E(R_i) - R_f = \lambda_1 b_{i1} + \dots + \lambda_k b_{ik} \quad \dots \dots \dots \dots \dots \quad (25)$$

다음 그림(1)은 單一推計要因 k 가 있다는 것을 假定하는 裁定價格決定關係 (25)를 例示한 것이다. 均衡狀態에서 모든 資產은 裁定價格線 (Arbitrage Pricing Line) 으로 펼어지게 된다. λ 에 대한 當然한 解釋은 k 要因에 대하여 均衡狀態에서 危險代價 (risk Premium 即 危險價格)를 나타낸다는 것이다. 裁定價格決定關係가 線型模型이기 때문에 (25)式을 直線의 方程式 形態로 表現하면 다음과 같다.

$$E(R_i) = R_f + [\bar{\delta}_k - R_f] b_{ik}.$$

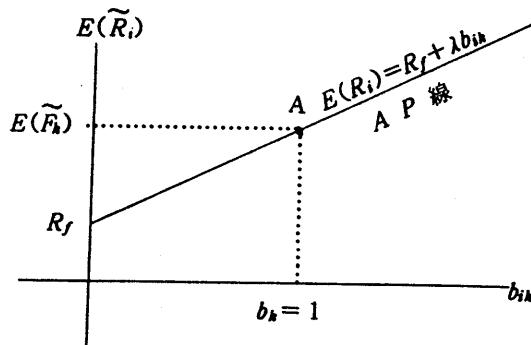
$\bar{\delta}_k$ 는 k 要因에 대해서는 敏感度가 1이고 모든 他要因에 대해서는 零의 敏感度를 가지는 포오트풀리오의 期待收益이다. 그러므로 危險代價 λ_k 는

- ① k 要因에 대해서는 敏感度가 1이고, 他要因에 대해서는 零의 敏感度를 가지는 포오트풀리오의 期待值와

- ② 無危險率 R_f

와의 差와 같다.

그림 (1) : 裁定價格線 (The arbitrage Pricing line)



一般的으로 裁定價格決定理論은 다음과 같이 고쳐쓸 수가 있다.

$$E(R_i) - R_f = (\bar{\delta} - R_f)b_{i1} + \dots + (\bar{\delta}_k - R_f)b_{ik} \quad \dots \dots \dots \quad (26)$$

(26)式이 線型回歸式으로 解釋된다면 (收益 벡터가 多變數 正規分布(joint normal distribution)를 가지고 諸要因이 서로 直交하는 單位벡터로 線型 變換되었다고 假定한다), 係數 b_{ik} 는 CAPM에서 베타(β)와 똑 같은 것으로 定義된다. 即

$$b_{ik} = \frac{\text{COV}(R_i, \tilde{\delta}_k)}{\text{VAR}(\tilde{\delta}_k)} \quad \dots \dots \dots \quad (27)$$

단 $\text{COV}(R_i, \tilde{\delta}_k) = i$ 資產의 收益과 k 要因의 線型變換間의 共分散
 $\text{VAR}(\tilde{\delta}_k) = k$ 要因의 線型變換의 分散.

따라서 CAPM은 APT의 特殊한 경우(資產收益이 多變數 正規分布로 假定되는)가 되는 것이다.

APT는 다음과 같은 理由로 CAPM보다 훨씬 더 頑健하다.

- ① APT는 資產收益의 分布에 대하여 假定을 必要로 하지 않는다.
- ② APT는 個人的 效用函數에 대하여 強한 假定을 必要로 하지 않는다.
- ③ APT는 資產의 均衡收益이 베타 하나만이 아니라 많은 要因에 의하여 決定될 수 있도록 한다.

產業研究

- ④ APT는 資產의 如何한 部分集合間의 相對的 價格決定에 대한 命題를 提示할 수 있다. 고로 理論을 檢證하기 위하여 資產의 全領域을 測定評價할 必要가 없다.
- ⑤ CAPM이 市場포트폴리오의 能率的임을 要求하는데 대하여, APT에 있어서는 市場포트폴리오에 대한 特別役割이 없다.
- ⑥ APT는 多期間 模型으로 쉽게 擴張된다.
- 資產收益은 現實的 output의豫期치 않았던 變化와豫測치 못하였던 인플레이션의 두要因에 의해 決定된다는 것을 假定하자. APT는 資產收益에 두要因의 變化가 미치는效果에 대하여 쉽게 說明할 수 있다. CAPM은 單一要因(市場指數)에 依存하기 때문에 이를 잘 說明할 수가 없다. CAPM을 利用하는 것은 私用航空機를 操縱하다 길(航路)을 航는格과 같다. 航空管制士를 불러서 나의 位置가 어디냐고 물을 경우, 만약 管制士가 CAPM과 같은 單一次元模型을 使用하고 있다면 「서울에서 30km」라고 應答하기 쉽다. 分明히 이것은 전혀 도움이 되지 않는 對答이다. APT와 같은 多次元 模型이 더 有用하게 될것이며, 위도·경도 및 高度를 아는 것이 좋은 것이기 때문이다.

라. APT의 實證

모든 投資者가 同質的 期待(homogeneous expectation)를 가지고, 그리고 事前的(ex-ante)으로豫想하는 確率過程과 事後的(ex-post) 確率過程이 一致해 있다고假定하면, (10) 및 (14)式은 投資者의 主體的 均衡뿐만 아니라 市場均衡도 表示하고 있는것이 되며, 또한 過去의 데이타에서 그 生成過程을 推計할 수가 있는 것이다.

Gehr [1975]¹⁹⁾, Roll 및 Ross [1980]²⁰⁾, Reinganum [1981]²¹⁾ 및 Chen [1981]^{22),o}, APT

-
- 19) Gehr, A., Jr., "Some Teste of the Arbitrage Pricing Theory", Journal of the Midwest Finance Association, 1975, 91-105.
- 20) Roll and Ross, "An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory", The Journal of Finance, December 1980, 1073-1103.
- 21) Reinganum, M. R., "Misspecification of Capital Asset Pricing: Empirical Anomalies Based on Earnings Yields and Market Values", Journal of Financial Economics, March 1981 a, 19-46.
Reinganum, M. R., "The Arbitrage Pricing Theory: Some Empirical Results", The Journal of Finance, May 1981 b, 313-321.
- 22) Chen, N. F., "Arbitrage Asset Pricing: Theory and Evidence". Unpublished Ph D. thesis, UCLA, Graduate School of Management, 1981.

를 檢定하였다. 通常의 實證節次는 다음과 같다.

- ① 一團의 株式에 대한 日日株式資料의 時系列 資料蒐集
- ② 收益資料에서 分散·共分散 行列(Variance-Covariance matrix) 計算
- ③ 諸 要因負荷(factor loading) b_{ik} 와 要因의 數를 確認하기 위한 要因分析(factor analysis) 節次 使用
- ④ 個別 推定 期待收益의 橫縱面(Cross-Sectional) 變動을 說明하고 各 要因과 聯合된 推定 危險代價額의 規模와 統計的 有意性을 測定하기 위하여 推定된 要因負荷 b_{ik} 的 使用:

APT를 檢證하기 위하여 要因分析을 使用하는데 失敗하는 것 중의 하나는 이 節次가 要因들이 무엇인가를 우리에게 말할 수 없는 것이다. 그러나 만약 特定 代用變數(個別 收益, 會社規模 또는 지난期 資產 收益의 總分散과 같은)가 期待收益說明에 有意의이라면 우리는 APT를 棄却할 수 있다. Roll 및 Ross [1980]는 證券收益의 總分散이 推定된 期待收益에 대해 如何한 說明力도 追加되지 않음을 發見하였다. 그러므로 APT는 이 根據로 棄却될 수 없다.

다른 節次가 Chen [1981]에 의해 採擇되었지만, Chen은 이 結果를 確認할 수 있었다. 그는 또한 지난期 資產 收益이 아무런 說明力を 追加하지 못한다는 것을 發見하였다.

現在 會社規模가 要因負荷에 대한 說明力を 追加하였기 때문에 이를 APT를 反駁하는 데 使用할 수 있는지 없는지 하는 問題가 提起되었다.

Reinganum [1981]은 反駁에 使用될 수 있다는 것을 發見하였다. 그의 檢證은 모든 證券에 대하여 $t-1$ 年에 要因負荷를 推定하는 것으로 이루어졌고, 그리고 類似負荷를 가진 證券을 統制포트폴리오로 結合시키도록 構成되었다. t 年에 超過證券收益은 日日證券收益에서 日日統制포트폴리오收益을 控除(差減)함으로써 算定된다.

끝으로 超過收益과 함께 證券은 $t-1$ 期에 會社의 모든 未決済 普通株의 市場價格을 基礎로하여 配列되었다. APT에 의하면, 市場價格에 의해 配列된 超過收益은 같은 平均值를 가져야 한다. Reinganum은 平均超過收益間에 有意의 差異가 있음을 發見하고 APT를 棄却하였다. 한편 Chen [1981]은 會社規模는 아무런 說明力도 없음을 發見한다. 그는 會社 標本을 두 그룹(市場價值의 中央值보다 큰 것과 작은 것)으로 나눈 다음에, 높은 價值의 會社와 낮은 價值를 가진 會社로부터 다음 條件이 充足되도록 포트폴리오를 構成하

產 業 研 究

였다.

① 포오트폴리오에 있어서 각證券은 非陰의 加重值를 가지고 그 값이 $\frac{1}{n}$ 에서 멀리 떨어져서는 안된다(n 은 포오트폴리오에 있어서 證券의 數)。

② 結果로서 생기는 두 포오트폴리오는 各 要因에 있어서 똑 같은 要因負荷(裁定危險要因)를 갖는다. 要因負荷는 各 檢證期間中 奇數日에 收益資料를 利用함으로써 決定되며, 같은 檢證期間에 偶數日 收益은 높은 價格의 포오트폴리오와 낮은 價格의 포오트폴리오의 平均포오트폴리오 收益을 測定하기 위하여 使用된다. 만약 APT가 正確하다면 두 포오트폴리오 收益은 統計的으로 달라서는 안된다. 왜냐하면 그들은 要因負荷에 의해 決定되는 危險을 똑 같이 갖도록 選擇되었기 때문이다. 檢證한 4期間中 오직 한 期間에 있어서만 收益의 差가 95% 信賴度에서 統計的으로 差異를 나타냈다. 그려므로 Chen 은 會社規模 結果가 APT를 棄却하기에는 不充分한 說明力を 가졌다 고 主張한다.

APT에는 하나의 母數(Parameter)가 있다. 即 切片項 $\lambda_0 = R_f$ 이며, 그것은 模型이 1期동안에 各 證券群에 대하여 各各 推定될 때 각그룹에 걸쳐 같아야 한다. 要因負荷가 그룹마다 唯一한 것은 아니기 때문에 다른 要因은 똑 같을 必要가 없다. 假令 예를 들면 A 그룹의 첫째要因은 B 그룹에서 세째要因에 對應될지도 모른다. 그러나 切片項 λ_0 은 그것이 共通要因에 아무런 敏感度가 없는 資產에 대한 收益이기 때문에 각 그룹에서 똑 같은 意味를 갖는다. Roll과 Ross [1980]는 38 그룹에 걸쳐서 λ_0 項의 等價에 대한 檢證을 하여 切片項이 相違한 아무런 證據도 전혀 發見하지 못하였다. 역시 APT는 反駁될 수 없었다. APT와 CAPM의 直接比較가 Chen [1981]에 의해 이루어졌다. 첫째로 APT 模型은 다음 方程式으로 資料(data)에 適用하였다.

$$\widetilde{R}_i = \hat{\lambda}_0 + \hat{\lambda}_1 b_{i1} + \dots + \hat{\lambda}_n b_{in} + \widetilde{\epsilon}_i \quad (\text{APT})$$

그리고 CAPM은 같은 資料에 다음과 같이 適用하였다.

$$R_i = \hat{\lambda}_0 + \hat{\lambda}_1 \beta_i + \widetilde{\eta}_i \quad (\text{CAPM})$$

다음으로 CAPM殘差(residuals) η_i 는 裁定要因負荷 $\hat{\lambda}_k$ 에, APT 殘差 ϵ_i 는 CAPM 係數에 대해 回歸分析을 하였다. 結果는 APT가 CAPM殘差 分散의 統計上 有意味의 部分을 說

裁定接近에 의한 投資決定理論研究

明할 수 있으나, CAPM은 APT 殘差를 說明할 수가 없다. 이것이 APT가 資產收益에 있어서 橫斷面(Cross-sectional) 變動 說明을 위한 合理的 模型이라는 強力한 證據이다.

5. APT의 評價

가. Ross의 裁定價格決定理論

Ross의 APT에 있어서 裁定아이디어는 이미 MM理論에서 쓴 것으로 아주 새로운 것은 아니다. 오히려 Black-Scholes式 OPM(Option Pricing model)에 있어서와 같은 思考方式인 것이다. 한편 multi-factor 모델도 從來부터 많은 研究者가 손을 대왔던 것이다. Ross의 貢獻은 이들 두 思考方式을 結付하였는데 있다고 할 수 있다.

multi-factor 모델은 直觀的으로 알기 쉬운 모델이지만, 從來 그 經濟理論的 意味附與의 薄弱性이 그 결점으로 되어있었다. Ross는 이 모델에 그 意味를 附與한 것이다. Ross의 APT는 CAPM보다 總體의이며一般的이지만 效用函數 또는 資產收益率의 分布形態를 特定化하지 않았기 때문에 危險의 尺度도 特定化되어 있지 않다.

CAPM에 있어서의 危險 및 그 市場價格 特定화와 比較하면, APT에 있어서의 危險의 크기는 規準化된 共通要因 $\tilde{F}_1, \sim, \tilde{F}_k$ 의 係數라는 아주 매우 애매한 形態로 表現되어 있다. 또한, 危險의 價格에 대해서는 아무런 言及도 없다. 이와같이 APT의 一般性은, 反對로, 그 內容의 抽象性을 結果로 만들었다. 이것은 MM理論이 한편으로는 極히 높은 一般性을 가지면서도 다른 한편으로는 具體性이 不足하다는 결점을 가지고 있었던 것과 똑같은 狀態이다.

何如間, CAPM에 있어서 강한 假定에 根據한 特定화가 理論上 및 實證上 여러 批判을 받아오던 때에 相當히 抽象度 높은 理論이 提唱된 것이다. 그런만큼 많은 研究者가 APT에 대하여 큰 關心을 가지고 理論的·實證的 研究를 試圖하고 있다.

나. 그 후의 理論 研究

理論的인 면에서 가장 큰 貢獻을 한 것은 Huberman²³⁾이다. Ross의 定式化에 있어서

23) Huberman, Gur, "A Simple Approach to Arbitrage Pricing Theory", Journal of Economic Theory, Vol. 28 No. 1 (Oct. 1982), pp. 183-191.

產業研究

不明確하였던 Arbitrage 概念의 定義를 다시 내리고, Arbitrage 下에서는 投資者가 利益을 올리기가 可能하지만, No arbitrage 下에서는 그와같은 利益은 存在하지 않으며, (14)式이 成立되는 것을 證明하고 있다. 또한 Jobson²⁴⁾은 推定問題를 理論的으로 考察하여 알뜰한 推定이라는 觀點에서 簡單한 APT의 實證方法을 提示하고 있다.

한편, Shanken²⁵⁾은 APT에 批判的인 立場에서 要因의 確認이 不可能하다는 問題를 提起하여, APT의 實證可能性에 疑問을 던지고 있다.

다. 實證 研究의 展開

實證研究로서는 理論의 提唱者自身(Roll and Ross)²⁶⁾이 한 研究를 먼저 들지 않으면 안된다. Roll and Ross는 2段階法을 採擇하였다. 第1段階로서 最尤法(maximum-likelihood method)에 의해 要因數를 決定하고 그 條件下에서 要因負荷行列을 推定한다. 第2段階에서는 各 證券의 期待收益率을 要因負荷行列上에 回歸하여, (14)式의 Pricing이 成立하여 있는가 아닌가를 檢討한다. 그리고 資產價格의 決定에는 總危險이 寄與한다는 代替理論의 檢定에 대하여는 많은 問題點이 指摘되고 있으나, 要因數는 3~4個가 適當하다는 第1段階의 結論이 많은 研究者에 의해 받아들여져 實證研究의 前提로 되어있다. 그러나 Dhrymes, Friend and Gultekin²⁷⁾은 Roll and Ross의 實證을 보다 廣範하게 再檢討하여, 要因數가 標本抽出方法, 그 크기等에 依存하는 것을 指摘하고 있다.

Reinganum²⁸⁾은 CAPM이 企業의 市場價格의 大小에 의한 收益率 格差를 說明할 수 없으나, APT는 과연 說明할 수 있는것인가 하는 問題意識에서 實證을 하였다. 그러나 APT

-
- 24) Jobson, J. D., "A Multivariate Linear Regression Test for the Arbitrage Pricing Theory", Journal of Finance, Vol. 37 No. 4 (Sept. 1982), pp. 1037-1043.
 - 25) Shanken, Jay, "The Arbitrage Pricing Theory: Is it Testable?", Journal of Finance, Vol. 37 No. 5 (Dec. 1982), pp. 1129-1140.
 - 26) Roll, Richard and Stephen A. Ross, "An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory", Journal of Finance, Vol. 35, No. 5 (Dec. 1980), pp. 1073-1103.
 - 27) Dhrymes, Phoebus J., Irwin Friend and N. Bulent Gultekin, "A Critical Reexamination of the Empirical Evidence on the Arbitrage Pricing Theory," Rodney L. White Center for Financial Research, Working Paper No. 12-82, 1982.
 - 28) Reinganum, Marc R., "The Arbitrage Pricing Theory: Some Empirical Results," Journal of Finance, Vol. 36 No. 2 (May 1981), pp. 313-321.

에서도 역시 그 格差는 남는다고 主張하였던 것이다.

Oldfield and Rogalski²⁹⁾는 Treasury Bills의 收益에서 抽出한 要因으로 普通株 收益率을 說明하는 實證分析에 의하여 APT를 強力히 支持하고 있다. 또한 Fogler, John and Tipton³⁰⁾은 要因의 經濟的 意味를 생각할 目的으로 實證分析을 하여, 普通株 收益率에서 抽出된 要因이 社債利子率等과 깊은 關係가 있다는 것을 指摘하고 있다.

5. 結論

CAPM과 APT는 우리들로 하여금 均衡狀態에서 危險資產을 評價할 수 있게 한다.

CAPM模型內에서 危險의 適切한 對策은 問題의 危險資產과 모든 資產의 市場포오트폴리오間 收益의 共分散이다. APT模型은 한층 더 一般的이다. 많은 要因(바로 市場포오트폴리오가 아닌)이 資產收益을 說明하게 된다. 各要因에 대하여 危險의 適切한 對策은 要因에 있어서 變化에 대한 資產收益의 敏感度이다. 正規分布된 收益에 관하여 敏感度는 CAPM의 ベータ(또는 體系的危險)와 類似하다.

CAPM은 資本豫算과 資本費用에 관한 有用한 概念上의 模型을 提供하게 된다. 그것은 또한 誘導를 單純화하는 많은 非現實的 假定의 緩和에 의해 合理的으로 不變인 것이다(變化되지 않는다).

그리고 模型이 實證的 檢證에 의해 完全히 確認되지는 않지만 그 主要示唆(含蓄된 意味)는 是認(支持)하게 된다. 即 體系的危險(ベータ)은 危險의 有效測定評價標準이라는 것, 模型이 線型이라는 것, 그리고 收益과 危險間의 調整이 肯定的이라는 것이 認定된다.

MM에서 시작되는 裁定에 의한 資產評價는 裁定에 使用되는 證券 내지 資產의 複數化, 그리고 裁定에 必要한 포오트폴리오의 다이나믹한 變動, 또한 一般均衡과 裁定과의 關係等 諸問題에 解答을 주면서 發展·擴張되어 왔다.

MM(1958年)의 論文에 대한 批判으로 「部分均衡을 前提로 하고 있다」든가, 또는 「靜學

29) Oldfield, George S., Jr. and Richard J. Rogalski, "Treasury Bill Factors and Common Stock Returns", Journal of Finance, Vol. 36 No. 2 (May 1981), pp. 337-350.

30) Fogler, H. Russel, Kose John and James Tipton, "Three Factors, Interest Rate Differentials and Stock Groups," Journal of Finance, Vol. 36 No. 2 (May 1981), pp. 323-335.

產業研究

的期待를前提로하고있다]는等이있었으나, Ross(1976年)에의한APT나오늘날의옵션評價理論(Option Pricing Theory)等은이들批判에대한하나의對答이될수있다.

이와같이發展해온裁定에의한資產評價는現狀이充分치않은것은말할나위도없다.裁定에의한資產評價의理論을보다發展시키기위하여裁定去來에包含되는固有理論을推進시키는同時에經營財務에있어서他理論과裁定에의한資產評價와의異同을항상確認하는作業을並行할必要가있다.

資本資產價格決定模型은平均·分散基準에따른投資者行動의假定위에서導出된것이다. 그러나이假定은極히制限된假定으로그現實性이疑問視되었다. 더우기Roll의批判으로資本資產價格決定模型(CAPM)의檢證可能性이否定되게되었던것이다.

그結果많은學者들이Ross의裁定價格決定理論(APT)을注目하게되었다. Ross의裁定價格決定理論은資本資產價格決定模型(CAPM)과는달리,平均·分散基準과같은嚴格한假定을必要로하지않고市場포트폴리오가效率的포트폴리오일것을必要로하지않으면서資本資產의均衡의價格을說明할수있다는決定的인長點을 가지고있다.

1976年Ross에의해開發된資本資產의裁定價格決定模型(APM)은資本市場均衡理論의中樞的役割을하여온CAPM에비하여보다더一般的인model이라는점에서그重要성이크게認識되고있다. APM에따르면, 우선證券의收益率이여러要因의線型函數로表示될수있다고假定한다. 다음이러한線型關係式에OPM에서適用하였던條件과같은概念인市場均衡狀態에서의Arbitrage利益實現不可能條件을適用시키면各個別證券의期待收益率은各證券收益率이가지는說明要因들에대한敏感度의線型函數로나타나게된다. 한편說明要因들이市場포트폴리오하나로決定된다고할경우APM은CAPM과同一하게된다.

위에서論及한바와같이APM은CAPM에비하여매우一般的인資產評價model로볼수있는데, 그理由를使用된假定들과關聯시켜要約하면

- ①個別資產의收益率分布나投資者的效用函數에대하여特別한假定을要求하지않으며(CAPM의경우는收益率의正規分布또는2次型效用函數를假定),
- ②均衡收益率은CAPM과는달리여러要因에의해說明될수있고,
- ③市場포트폴리오가資產評價에特別히考慮되지않기때문에資產評價에市場全體를考慮할必要가없으며, 따라서어느規模의資產의集合에대해서도適用이可能

하다는 것이다.

이러한 長點을 가진 APM은 統計學의 要因分析을 利用하여 現在 많은 實證的 檢證이 試圖되고 있다.

그러나 APT의 實證檢證에서 크게 懐疑를 느끼고 있는 것은 統計的 技法에 의해 찾았지만 各 要因들이 과연 實際의 으로 어떤 意味를 갖는 要因들인지 說明이 거의 不可能하다는 것이다. 따라서 證券價格의 變動에 대한 意味있는 說明이 어렵다고 할 수 있다.

明白히 裁定價格決定理論은 資本資產의 價格決定模型이 必要로 하는 嚴格한 假定(平均分散基準에 따르는 投資者 行動, 無危險資產의 最適포트폴리오로서의 市場포트폴리오의 存在)을 必要로 하지 않는 長點을 지니고 있다.

그러나, 이 裁定價格決定理論에 있어서 어떤 資產의 期待收益率이 變動性을 가지고 있음에도 불구하고 無危險資產의 收益率보다 낮은 경우도 正當化될 수 있다는 점에서 嚴格한 意味의 均衡條件이 說明될 수 있는지에 대해서는 疑問의 餘地가 있는 것이다.

【参考文獻】

- Stephen A. Ross: "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing", Journal of Economic Theory 13, 1976.
- Gur Huberman: "A Simple Approach to Arbitrage Pricing Theory", Journal of Economic Theory 28, 1982.
- Stephen A. Ross: "The Current Status of the Capital Asset Pricing Model," Journal of Finance, Vol 33 No. 3, June, 1978.
- Marc R. Reinganum: "The Arbitrage Pricing Theory: Some Empirical Results," Journal of Finance, Vol 36 No. 2, May 1981.
- Jay Shanken: "The Arbitrage Pricing Theory: Is It Testable?", Journal of Finance, Vol. 37 No. 5 Dec. 1982.
- Copeland & Weston: "Financial Theory and Corporate Policy" (Second Edition), Addison Wesley.
- E.J. Elton & M.J. Gruber: "Modern Portfolio Theory and Investment Analysis", Wiley.
- 落合仁司: "裁定による企業評価と投資行動", 「計測室テクニカル・ペーパー」 No.54 (1980), 日本證券經濟研究所
- 若杉敬明: "Arbitrage Pricing Theoryについて", 「計測室テクニカル・ペーパー」 No.59 (1983), 日本證券經濟研究所
- 諸井勝之助・若杉敬明編: 現代經營財務論, 東京大學出版會
- 久保田敬一: ポートフォリオ理論, 日本經濟評論社
- 沈炳求・李正圭 共著: 證券投資論, 博英社
- 池清・曹淡 共著: 投資論, 貿易經營社
- 李弼商: 財務論, 博英社
- 朴廷寔: 現代投資論, 茶山出版社

