

時系列豫測調整 模型에 關한 數理統計的 研究

— Intervention Model을 中心으로 —

(A Study on the Mathematic and Statistical Method

for Time Series Forecasting Co-ordination Models)

片 仁 範*

目 次

- I. 序 論
- II. 研究方法
- III. 研究內容分析
- IV. 研究結果 解釋
- V. 結 論

I. 序 論

企業을 하나의開放시스템的 概念 視角에서 볼때 外部環境, 특히 製品의 需要에 由출된 與件을 정확하게 포착하지 않으면 生存과 成長目標를 追求할 수 없게된다. 따라서 企業의 需要豫測 役割은 企業이 不確實한 與件 下에서 수행되는 未來指向의 意思決定效果를 증진시킬 수 있는 적절한 情報를 提供하는데 있다.¹⁾

이런 情報獲得을 위한 豫測技法에는 크게 質的 또는 定性的技法(qualitative techniques)과 定量的技法(quantitative techniques) 등으로 分類하되, 后者는 다시 時系列分析技法(time series analysis)과 因果型技法으로 나누어 研究되고 있다.²⁾

이상 諸技法中 時系列分析技法은 費用面(예측비용과 비정확성에 관련된 비용의 합)에 있어서

* 本 研究所 研究院, 商經大學 經營學科 教授

- 1) ① K. N. Dervitsiotis, Operations Management, McGraw-Hill, 1981. pp.432~433.
② John, E. Hanke and A. G. Reitsch, Business Forcasting, 3rd, Allin and Bacon, 1989. pp. 1~3.
- 2) D. W. Forgarty, Thomas. R. Hoffmans, P. W. Stonebraker, Production and Operations Management, South-Western, 1989. pp. 176~178.

產 業 研 究

다른 技法에 비해 평균수준을 마크하는 最適技法으로 알려지고 있다.³⁾

그러한 利點때문에 需要豫測技法으로써 時系列分析技法이 많이 活用된다. 그렇다면 時系列이란 무엇인가?

J. E. Hanke에 의하면 時系列(time series)이란 時間에 따라서 變하는 일련의 觀測值를 同一한 간격으로 취한 것이며, 時系列分析(time series analysis)이란 時間에 從屬的인 各觀測值間의 相互關連性을 밝히고, 이를 바탕으로 模型을 確立하여 未來의 時系列를 豫測하고자 하는 體系的인 方法⁴⁾을 말한다.

그런데 時系列中 時間의 繼過에 따라 일정한 平均값을 갖지 못하는 系列이 발생되는 경우도 있다. 이러한 時系列은 前者와 區別해서 不安定的時系列(nonstationary series)이라 부르는데, 豫測의 어려움은 이러한 從屬系列의 構造的特性을 구명하는 方法論의 제약에 있다.⁵⁾

不安定時系列의 生成은 法律의 公布, 商品廣告, 販賣價格의 變化와 같은 變數要因에 의해 서 多樣한 時系列行態를 形成한다. 이러한 行態의 構造的要因을 豫測學에서는 干涉要因(intervention factor)이라하고, 현재 ARIMA模型 및 그 變形에 의해서 分析 檢討되고 있으나 解決되어야 할 많은 問題点을 갖고 있다.⁶⁾

本稿의 研究目的是 이러한 要因分析을 效果적으로 수행할 수 있는 方法을 數理統計的 次元에서 考察하고, 實證分析에 의한 模型의妥當性檢證을 통하여 豫測情報의 正確度를 向上시킬수 있는 方案을 탐구해 보는데 있다.

3) J. L. Riggs., Production Systems, 4th, John Wiley & Sons, 1987, pp. 89~90.

4) John E. Hanke, ibid. pp. 263~264.

Hans Levenbach, J. P. Cleary, Modern Forecasting, Van Nostland Reinhold, 1984, pp. 3~4.

5, 6) Hans. Levenbach, ibid. pp. 365~389.

II. 研究方法

1. 研究對象의 背景分析

(1) 研究對象의 定義

時系列은 또 觀測對象의 狀態에 따라 連續的時系列(continuous time series)과 離散的時系列(discrete time series)로 分類되기도 한다.⁷⁾

連續的時系列은 일一般적으로 時間間隔을 알맞게 選擇하면, 近似的인 離散的時系列을 쉽게 얻을수 있다. 本稿에서 이러한 時系列을 研究對象으로 한다.

通常 效果的인 時系列分析을 위해서는 2次的·統計的操作을 거쳐 安定的인 경우와 不安定的時系列로 分割시키는 것이 좋다.

本研究에서는 上記 2系列中 後者, 즉, 不安定的時系列의 構造를 分析하여, 同 時系列過程에서 發現되는 干涉原因抽出에 초점을 두기로 한다.

편의상 資料는 韓國의 物價體系에 두고, 適用模型의 實驗的特性을 고려하여 1965~1986年間의 經過資料를 活用하기로 한다.

(2) 研究對象의 先行研究

① 間涉이라는 統計用語가 최초로 適用된 것은 1972年頃(Glass, G. V)이다.⁸⁾ 대체로 이단계의 概念은 모호하고, 分析過程도 初步段階의 水準을 넘지 못하였다.

② 3年后인 1975年頃 Box, Tiao 및 Hamming에 의해서(LA의 대기오염) 최초의 實證研究가 시도 되었다.⁹⁾ 이 研究論文이 계기가 되어, 1977年에는 Wichern과 Jones에 의해 企業의 廣告分析에 적용되었다.¹⁰⁾

7) J. R. Stockton, Business Statistics, South-Western, 1958, p. 245.

8) G. V. Glass, Estimating the Effects of Intervention into a Nonstationary Time Series, American Educational Research Journal vol 9. No. 3, 1972.

9) G. C. Tiao, G. E. P. Box and W. J. Hamming, Analysis of Los Angeles Photo Chemical smog date, A Statistical Overview, Journal of the air pollution Control Assoc. vol. 25, No. 3, 1975, pp. 260~268.

10) D. W. Wichern and R. H. Jones, Assessing the Impact of Market Disturbances using Intervention analysis, Management Science, vol. 24, No. 3, 1977. pp. 329~337.

③ 1979年에는 Bhattacharyya와 Layton에 의해서 現在 各國에서 研究되고 있는 ARIMA模型이 개발되었다.¹¹⁾ 本 研究에서도 同模型을 근거로 연구하고자 한다.

아직 많은 問題가 있으나 선진국에서는 이미 財務分析, 景氣豫測, 技術豫測 등에 適用하여 많은 업적을 남기고 있다. 그러나 우리나라에서는 거의 황무지나 다름없는 실정에 있다.

(3) 本研究의 展開節次

① Box 와 Tiao가 干涉模型을 처음 導入한이래 많은 應用研究¹²⁾가 있었음을 이미 지적한 바 있다. 本 論文에서는 이러한 先行關聯資料를 가능한 한 구체적으로 檢討한 다음, 도출된 방법과 분석수단을 적용하여 模型을 설정하고, 구축된 모형을 전술한 관리자료(경과자료)를 적용하여 檢證年度(87年度)를 評價하고, 問題点을 탐색할까 한다.

② 資料處理는 KAIST 電算開發센터에 소장되어 있는 Box-Jenkins Package를 利用하여 가능한 使用者의 主觀的要素를 배제하도록 노력하였다.

③ 아울러 關聯資料의 干涉要因은 分析期間에는 变치 않는 것으로 가정하고, 適用模型으로 하되, 干涉前後로 兩分하여 變數를 調整, 檢證된 模型을 活用한다.

④ 分析의 最適化를 위해, 정선된 研究方法에 따라 內容分析에 의해 展開過程을 考察한 다음, 結果를 干涉要因의 效果的 側面과 豫測值解釋等 兩面에서 評價하고, 問題点과 研究補

11) M. N. Bhattacharyya and A. P. Layton, Effectiveness of Seat Belt Legislation on the Queensland Road toll—an Australian Case Study in Intervention Analysis, Jousal of the Ameritan Statistical Assoc., vol. 74, 1979, pp. 596~603.

12) ① Box & Tiao의 論文에서 사용된 干涉模型의 一般的 模型 形態는 자료 Y_{t-1}, Y_t, Y_{t+1} 을 똑같은 時差 를 두고 얻어진 時系列라고 한다면 다음과 같다.

$$Y_t = f(k, \xi, t) + N_t$$

단, $Y_t = F(Y_t)$ 즉 Y_t 의 적절한 변환

$f(k, \xi, t)$ 은 결정된 시간에서 외생변수 ξ 의 간접효과

N_t 는 雜音模型

k 는 미지의 母數

② 이 模型에서 外生變數 ξ 의 영향은 다음과 같은 動的模型으로 표시할 수 있다.

$$f(\delta, \omega, \xi, t) = \sum_{j=1}^K Y_{t-j} = \sum_{j=1}^K \{\omega_j(B)/\delta_j(B)\} \xi_j$$

③ 이러한 모형을 사용할 때는 다음 사항에 유의해야 한다.

(a) 사용자는 사건(Event) 또 간접발생 시점을 지정해야 한다.

(b) 간접모형의 일반적 충격형태를 잘 기술해야 한다.

Vandaele. W., Applied Time Series and Box-Jenkins Models, Academic Press(New York), 1983, p. 334

充順으로 論述하기로 한다.

⑤ 먼저 模型構築과 關련된 통계적분석 도구를 살펴보기로 한다.

2. 研究對象의 統計的操作原理

(1) 研究模型分類와 統計的特性

干渉模型(intervention model)은 時系列의 推計的形態에 따라 ① 單變量干渉模型과 ② 轉移函數干渉模型으로 分類하면 各模型의 特性을 研究할 수 있다.^{13) 14)}

1) 單變量干渉模型의 構造와 特性

單變量 ARIMA 模型은

$$\phi_p(B) w_t = Q_q(B) a_t \quad (1)$$

로서 表記할 수 있다. 이 模型을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$Z_t = \frac{\theta_p(B)}{\phi_p(B)(1-B)^d} \cdot a_t \quad (2)$$

이 模型에 干渉要因을 포함시키면, 式은 다음과 같이 변형된다.

$$Z_t = \psi(B) I_t^T + \frac{\theta(B)}{\phi(B)(1-B)^d} \cdot a_t \quad (3)$$

상기식은 다음과 같이 간단히 표기할 수도 있다.

$$Z_t = \psi(B) I_t^T + N_t \quad (4)$$

이상과 같은 模型을 論者에 따라서는 單純干渉模型이라고 부르기도 한다.

2) 轉移函數干渉模型의 構造와 特性

轉移函數模型은

$$Y_t = \delta^{-1}(B) \Omega(B) x_t \quad (5)$$

로 표현할 수 있다.

13) E. C. P. Box and G. M. Jenkins, Time Series Analysis, Forecasting and Control, San Fransisco, Holden-Day, 1976.

14) L. D. Haugh and G. E. P. Box, Identification of Dynamic Rsgression Models Connecting Two Time Series, Journal of Americcon Statistical Association, vol. 72, pp. 121~130 (1970)

現實的으로 이模型도 雜音의 영향을 받을 경우가 있는데, 이는 轉移函數模型에 의해豫測된 出力を N_t 만큼 변화시킨다는 사실을 뜻한다. 이때 轉移函數는 다음과 같이修正된다.

$$Y_t = \delta^{-1}(B) \Omega(B) X_t + N_t \quad (6)$$

上記式을 結合轉移函數-雜音模型(combined transfer function-noise model) 이라고 부르는데, 이를 擴大해서 고쳐쓰면 다음과 같다.

$$Y_t = \frac{\Omega(B)}{\delta(B)(1-B)^d} X_t + \frac{\theta(B)}{\phi(B)(1-B)^{d'}} \cdot a_t \quad (7)$$

o) 結合轉移函數-雜音模型에 干涉要因을 포함시켜 式을 修正시키면 다음式이 된다.

$$Y_t = \psi(B) I_t^T + \frac{\Omega(B)}{\delta(B)(1-B)^{d'}} X_t + \frac{\theta(B)}{\phi(B)(1-B)^{d'}} \cdot a_t \quad (8)$$

엄밀히 말해 轉移函數干渉模型은 轉移函數에 干涉要因을 고려한 것이라기 보다 結合轉移函數-雜音模型에 干涉要因을 고려한 것이라고 말할 수 있다. 그런데 轉移函數模型은 설명 변수와 종속변수의 數에 따라 ① 單一入力, 單一出力模型, ② 多重入力, 單一出力模型, ③ 多重入力, 多重出力模型으로 나눌 수 있다. 轉移函數干渉模型은 入力의 數에 따라 單一入力干渉模型과 多重入力 干渉模型(multiple input intervention)으로 大別된다.¹⁵⁾

(2) 研究模型操作과 統計的方法

여기서 말하는 研究模型이란 干渉模型을 지칭한다. 이러한 模型分析過程은 여러가지 방법이 주장되고 있으나 本稿에는 다음과 같은 重點事項만을 檢討하기로 한다. 즉

- ① 干涉效果의 區分 基準과 충격함수
- ② 干涉模型構築과 設計方法
- ③ 干涉模型의 推定과 檢定方法

15) ① 單一入力 干渉模型은

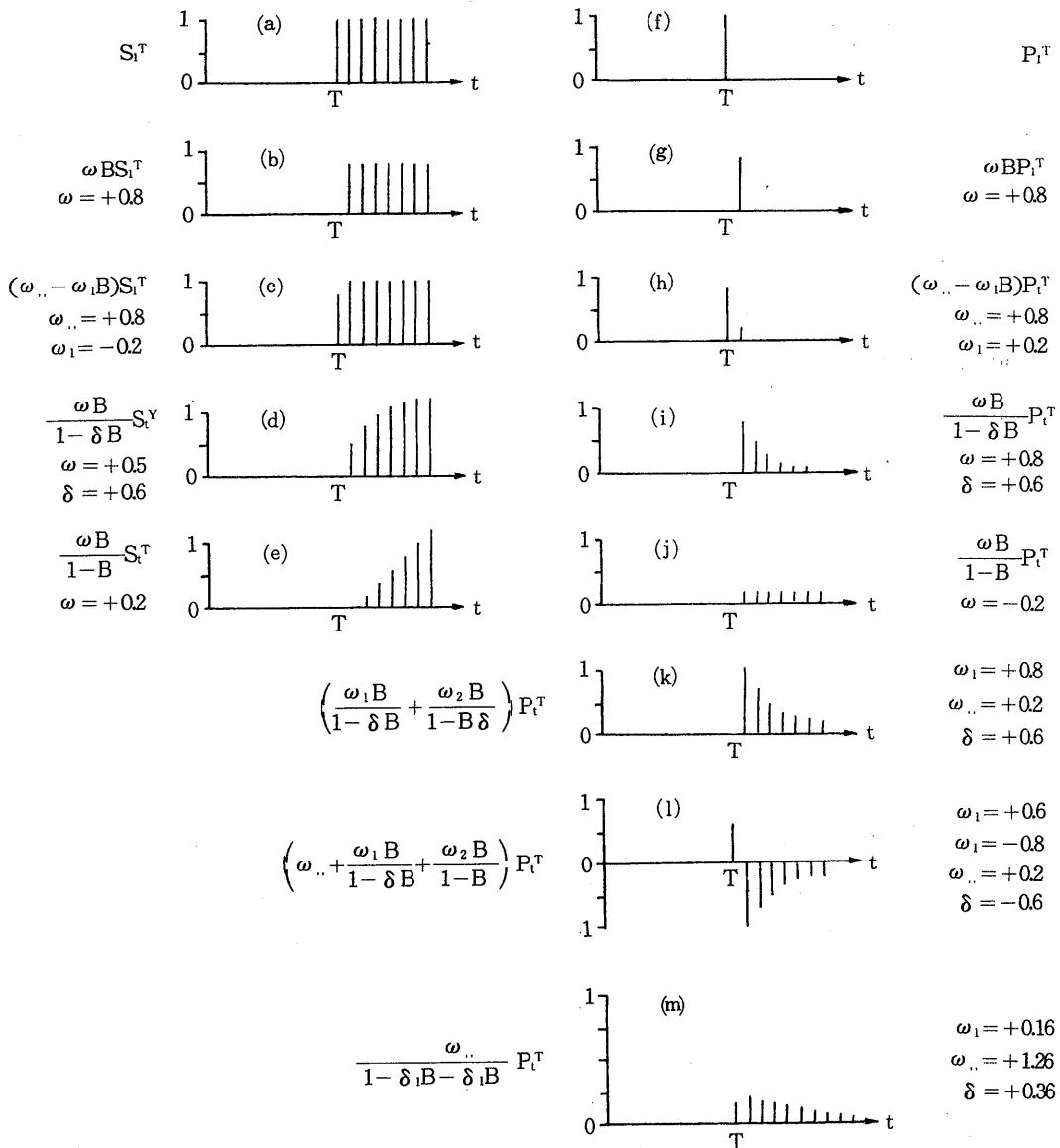
$$Y_t = \frac{\Omega(B)}{\delta(B)(1-B)^{d'}} X_t + \psi(B) I_t^T + \frac{\theta(B)}{\phi(B)(1-B)^{d'}} \cdot a_t$$

② 多重入力干渉模型은

$$Y_t = \sum_{j=1}^g \frac{\Omega(B)}{\delta(B)(1-B)^{d''}} X_{t-j} + \psi(B) I_t^T + \frac{\theta(B)}{\phi(B)(1-B)^{d''}} a_t$$

1) 干涉效果區分 基準과 衝擊函數

[그림 1]에 干涉效果를 반영하는 區分基準을 數值와 함께 提示되어 있다. 이 圖表를 活用하려면 몇가지 기본원칙과 단계개념을 이해할 수 있다.



[그림 1] 계단과 충격함수의 간섭효과

① 가령 새로운 法律이 導入되어 交通事故件數가 一定하게 지속적으로 減少된다고 하자, 이때 干涉要因은 다음과 같이 표시한다.¹⁶⁾

$$I_t = \begin{cases} 0 & : \text{사건이 발생되기전} \\ 1 & : \text{사건이 발생된 후} \end{cases} \quad (9)$$

이러한 干涉要因이 내포된 函數를 階段函數(step function)라고 하며, S_t^T 로 표시한다. T는 여기서 始點을 표시한다. [그림 1 (a)]는 階段函數를 묘사하고 있다. 上記式을 다시 풀어 쓰면

$$S_t^T = \begin{cases} 0, & t < T \\ I, & t > T \end{cases} \quad (10)$$

로 나타낼 수 있다.

② 다음에는 한 時點만 지속되는 廣告促進活動效果分析의 경우를 생각해 보기로 하자. 이때 干涉要因을 衝擊函數로 표기하고자 할때 충격함수(P_t^T)와 I_t 는 다음과 같은 관계가 성립된다. 즉,

$$I_t = P_t^T = \begin{cases} 0, & t \neq T \\ I, & t = T \end{cases} \quad (11)$$

이러한 衝擊函數를 나타낸것이 [그림 1 (f)]이다. 그런데 여기서 한가지 유의해 둘것은 (10)과 (11)은 相關性이 있기때문에 어떤 階段函數의 變化形態도 충격함수로 표시할 수 있다. 단, 이때에는 近似式이 利用될 뿐이다. 일반식과 자주쓰이는 形態類型은 다음과 같다. 즉,

[일반식]

$$(1-B) S_t^T = P_t^T \quad (12)$$

[형태분류]

① 斷裂(abrupt) 시작과 干涉效果의 영구적 지속(permant duration)¹⁷⁾

② 漸進的始作과 干涉效果의 영구적 지속

16) 이하에서 사용하는 I_t 는 외생변수의 간섭효과 여부를 나타내는 指標變數 ξ 와 같은 의미를 갖는다.

17) 알려진 時點에서 시작하는 간섭효과의 형태중 가장 간단한 형태이다. 일반식은 $Y_t = \omega S_t^T$ 로 표시되고, 만약 간섭효과가 발생된후 한시기가 지체된 후에 일어났다면 이때는 $Y_t = \omega BS_t^T$ 로 표시된다.

18) 階段函數의 변화가 점진적으로 나타날때 일반식은

$$Y_t = \frac{\omega B}{1 - \delta B} S_t^T$$

③ 斷裂始作과 干涉效果의 一時的지속¹⁹⁾

④ 漸進的始作과 干涉效果의 一時的지속²⁰⁾

좀더 복잡한 간섭효과는 상기 4가지 형태의 조합으로 모형화 할 수 있다.

2) 干涉模型構築과 設計方法

여기서 指稱되는 干涉模型이란 單變量干擾模形(univariate intervention model)을 意味한다. 理論의 構造上 複雜한豫測調整을 하기위해서는 기본이되는 模型부터 研究하는 것이 순서가 될 것이다. 현재 通說이 되고있는 몇개의 模型構築方法을 요약하면 다음과 같다.

(a) Box, Tiao의 方法²¹⁾

가장 먼저 제창된 방법으로 다음과 같이 三段階로 추진할것을 권장한다.

- 첫째 - 干涉效果가 발생하기전 ARIMA 模型을 利用하여 적절한 時系列模型을 확립한다.
- 둘째 - 確立된 ARIMA 模型이 正確하고, 干涉效果가 발생된 후에도 그 構造가 바뀌지 않는다는 가정아래, 模型分析者가 직관적으로 干涉效果부분($\Omega(B)/\delta(B) I^T$)의 구조를 결정한 후 全時系列에 同一性(identification)을 모색한다.
- 세째 - 模型의 適合性을 檢定한다.

(b) Atkins의 方法²²⁾

- 첫째로 干涉이 發生하기전까지의 期間에 純粹雜音模型(pure noise model)을 설정 한다.
- 둘째로 干涉要因이 발생되었는지 알기위해서 雜音模型으로 부터 얻어진 模型을 全時系列에 적합시킨다.
- 셋째, 만약 干涉이 발생되었다면 階段函數나 衝擊函數로서 干涉效果를 적합시킨다.
- 넷째 適合性을 검토하고, 不適合한 점이 발견되면 模型을 修正한다.

19) 판매에서 광고의 효과를 측정할 때, 다음 한달동안 판매가 급증하고, 그 이후에는 점진적으로 광고효과가 줄어드는 양상을 보인다면 (그림 (i)) 구하는 일반식은

$$Y_t = \frac{\omega B}{1 - \delta B} P_t^T$$

위와 같다.

20) 이경우는 [그림 (m)]의 경우에 해당되는 경우로써 일반식은 다음과 같다.

$$Y_t = \frac{\omega_0}{1 - \delta_1 B - \delta_2 B} \cdot P_t^T$$

21) G. E. P. Box and G. C. Tiao, Op. Cit., pp. 71~72

22) M. S. Atkins, A Case Study on the Use of Intervention Analysis Applied to Traffic Accident, Journal Of Operational Research Society, Vol.30, No.7, 1979, pp. 651~659.

(c) Jenkins의 方法²³⁾

- 첫째, 資料를 신중히 檢討한다.
- 둘째, 干涉要因이 발생전의 適合模型으로부터 產出된 殘差를 檢討한다.
- 셋째, 變化의 形態를 알아내고(토론) 干涉模型을 확정한다.
- 넷째, 適合性을 檢定한다.

3) 干涉模型의 推定 · 檢定方法

(a) 干涉模型의 推定

어떤 系列이 期間 s (월별자료 $s=12$) 동안에 季節性을 띠면서 형성되었다고 할때, ARIMA 模型 ($\phi_p(B) \omega_t = \theta_q(B) a_t$)을 $\psi(B) = (1-B)^d \phi(B)$ 로 변환가능 하다면 이때의 一般 式은

$$\psi(B) Z_t = \theta(B) a_t \quad (13)$$

로 表現할 수 있으며, 上記式에서 $\psi(B) = \psi_1(B) \psi_2(B^s)$, $Q(B) = Q_1(B) Q_2(B^s)$ 의 관계가 성립된다면, $\psi_2(B) = (1-B^s)^D \phi_2(B^s)$ 가 된다.

D번 季節的殘差計算(seasonal differencing)으로 얻어진 時系列이 季節的 ARIMA를 나타낼 경우에는

$$\phi_1(B) \phi_2(B^s) (1-B)^d (1-B^s)^D Z_t = \theta_1(B) \theta_2(B^s) a_t \quad (14)$$

로 표시하며, 이를 계절적모형이라 한다. 한편 Box. Tiao가 그들 論文에서 제시된 時系列의 一般式($Y_t = f(k, \xi, t) + N_t$, $Y_t = \sum_{j=1}^k Y_{t+j} + N_t$)을 고려해 볼때

$$Y_t = \sum_{j=1}^k y_{t+j} + N_t \quad (15)$$

라는 干涉模型의 一般形態를 導出할 수 있다. 여기에서 雜音模型部分을 (14)식에서 說明해 주고 있다면, $n+d+sD$ 인 時系列의 길이를 利用하여 n 次元의 Vector W 에 의해 尤度函數 (likelihood function)를 구할수 있다.²⁴⁾

23) G. M. Jenkins, Practical Experiences with Modeling and Forecasting Time Series, in O. D. Anderson, ed., Forecasting, Amsterdam, North-Holland, pp. 43~166(1979)

24) G. E. P. Box and G. C. Tiao, Op. Cit., pp. 72~73.

(14)式에서 t 번째 元來 W_t 는 $(1-B)^d (1-B^s)^p N_t$ 가 等式의 관계가 성립된다면, 위식은

$$W_t = \frac{\theta_1(B) \theta^2(B^s)}{\phi_1(B) \phi_2(B^s)} \cdot a_t \quad (16)$$

가 되어 安定的이다.

또한 (15)式은

$$Y_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} \xi_t + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t \quad (17)$$

로 바꾸어 놓을 수 있으며, (17)식의 母數(parameter)를 $\beta = (\omega, \xi, \phi, \theta) = (\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_s, \delta_1, \dots, \delta_r, \phi_1, \dots, \phi_p; \theta_1, \dots, \theta_q)$ 는 過去의 資料로부터 推定한다.

誤差 a_t 들이 $N(0, \sigma_a^2)$ 인 정규확률변수라고 가정하면 條件附尤度函數(conditional likelihood function)는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$L(\beta, \sigma_a^2 | y) = (2\pi(\sigma_a^2))^{-\frac{n}{2}} \text{EXP}(-\frac{1}{2\sigma_a^2} \sum_{t=-\infty}^n a_t^2(B)) \quad (18)$$

(16)式에서 根이 단위원상에 접근하지 않는다면 n 이 적당하거나 충분한것으로 평가한다. 한편 β 元素들의 값이 $\sum_{t=-\infty}^n a_t^2(\beta)$ 를 最少化 시킬때 最尤推定值에 接近한다. 따라서 條件附最尤推定值와 最少自乘推定值 $\hat{\beta}$ 는 $\sum_{t=-\infty}^n a_t^2(B)$ 가 最少化될때 구할수 있게 된다. 즉 σ^2 의 推定值는 다음식으로 계산한다.

$$\sigma^2 = (n-r)^{-1} \sum_{t=1}^n a_t^2 \quad (19)$$

(단, n : 관찰수, r =(식 19)에서의 母數의 數)

(b) 干涉模型의 檢定

模型의 識別段階에서는 不確實性이 많이 개입되고, 個人的인 判斷이 영향을 주므로 母數推定의 結果도 세워진 적합성과 타당성을 檢討해야 한다.

이 段階에서 고려된 模型이 옳다면 殘差 a_t 는 完全雜音(white noise)으로 구성되어야 한다.

$$a_t = \frac{\phi(B)}{\theta(B)} (Y_t - \frac{\omega(B)}{\delta(B)} \xi_t) \quad (20)$$

完全雜音 a_1, a_2, \dots, a_n 的 標本自動相關函數는 서로 無相關이며, 標準偏差 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 인 正規分布를 形成한다. 各母數들이 推定되면 그에 따른 推定殘差는

$$\hat{a}_t = \frac{\hat{\phi}(B)}{\hat{\theta}(B)} (y_t - \frac{\hat{\omega}(B)}{\hat{\delta}(B)} \xi_t) \quad (21)$$

로 구할 수 있다. 이 殘差들은 自己相關이 되어 있는지를 檢定하기 위해서는 다음식을 계산한다.

$$Q = n \sum_{k=1}^m r k^2 (a) \quad (22)$$

여기에서 Q는 自由度 (m —母數의 數)의 χ^2 統計量이 된다. 이 χ^2 統計量으로 완전잡음 상태를 벗어난 特定部門을 探査할 수는 없지만 $Q < \chi^2$ 이면 a_t 가 전반적으로 完全雜音으로 구성되어 있다고 볼 수 있다. 만약 그렇지 않을 때는 模型을 修正하여 대안을 고려해야 한다.

3. 研究對象의 分析模型構築模索

(1) 時系列推移調查

1) 資料推移表示

模型을 構築하기에 앞서 資料가 안정적인가 불안정적인가 判別하기 위해 그레프에 plot 해 보아야 한다. 만약 時系列이 불안정적일 때는 안정적시계열로 변형시켜 模型을 設計해야 한다.

2) 不安定的時系列의 變形方法

不穩定時系列를 安定的時系列로 變形시키기 위한 방법에는 殘差計算과 變換法이 있다.

(a) 殘差計算²⁵⁾

만약에 時系列이 季節性이 없고 傾向性만 있는 不安定的時系列이라 하면, 原系列 y_1, y_2, \dots, y_n 에 대한 1次殘差 計算으로 안정적시계열을 구할 수 있다. 즉 1次殘差計算 (first order difference) 式은 다음과 같다.

$$Z_t = Z_a = \Delta y_t = y_t - y_{t-1} \quad (23)$$

25) C. K. Nelson., Applied Time Series Analysis, San Francisco, Holden-Day, 1970, p. 56.

이를 后向移動演算子 (back shift operator) 인 B 를 利用한다면 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$Z_t = \Delta y_t = (1-B) y_t \quad (24)$$

예컨대 傾向을 가진 時系列 y_t 의 1次 殘差計算后의 值은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Y_t &= a + bt & y_{t-1} &= a + b(t-1) \\ Z_t &= \Delta y_t = (1-B)y_t = a + bt - a - b(t-1) = b \end{aligned} \quad (25)$$

여기서 傾向인 b 값이 어려하느냐에 따라 적당한 差數인 d 次殘差計算을 행한다.

2) 變換²⁵⁾

時系列에서 상당한 時間間隔을 고려할때 안정성을 구하는 것이 오히려 不適合할때가 있다. 이러한 경우에는 原系列 y_1, y_2, \dots, y_n 에 대수를 취함으로써 안정시계열로 변환시킬 수 있다(例: 시간이 지날때 절대치가 큰 경우)

(2) 原型模型設計의 論理

1) 模型構築時의 問題點

여기서 말하는 原型模型이란 干涉要因 發生前의 系列解法 模型을 말한다. 이러한 系列을 대상으로 豫測模型을 설계하고자 할때 系列의 相關性問題가 가장 중요한 요소가 된다. 이러한 過程이 빠지면 模型의 同一性이 없기 때문에 模型이 갖는 實質적 의미를 상실하게 된다.

一般理論은 基本統計書로 미루기로 하고 本模型構築의 핵심분석도구인 ① 自動相關函數, ② 偏自動相關函數를 고찰하고, 兩函數 利用側面만 국한시켜 살펴보기로 한다. 먼저 自動相關函數를 연구하기로 한다.

(a) 自動相關函數(autocorrelation function)

自動相關函數를 고찰하기 위해서 먼저 不安定時系列 y_1, y_2, \dots, y_n 을 變換시켜, 安定的時系列 Z_1, Z_2, \dots, Z_n 을 얻는다. 이계열이 안정적이라고 가정하고, 作業을 開始하는 중요한 의미는 基點 (time origin)의 變化에 영향을 받지 않는다는 統計的性質을 利用하는데 있다. 예컨대 基點 $t+j$ 에서 n 個사이의 統計的關係($Z_t, Z_{t+1}, \dots, Z_{t+n-1}$)는 基點 $t+j$ 에서 n 個

26) B. Abraham and J. Ledolter., Statistical Methods for Forecasting, New York, John Wiley & Sons, 1983, pp. 225~229.

사이의 統計的關係 ($Z_{t+j+1}, \dots, Z_{t+n-1}$)와 같다는 것을 뜻한다. 이와같이 중요한 관계는 j 時間單位만큼 떨어진 觀測值와 自動相關關係인 ρ_j 에 의해 测定된다.

ρ_j 는 ±1의 值을 가지며, ρ_j 의 值이 1에 가깝다는 것은 j 時間差에 의한 觀測值가 陽의 기울기를 갖는 線型形態임을 뜻하며, 반면 ρ_j 가 -1에 가깝다는 것은 j 時間差 만큼 陰의 기울기를 갖는 線型形態를 취한다는 것을 의미한다. 비록 ρ_j 는 정확하게 알 수 없는 母數이지만 標本觀測值 Z_1, Z_2, \dots, Z_n 을 利用하여 계산할 수 있다.

ρ_j 의 推定值 즉, 時間差 j 에서 標本自動相關關係를 r_j 로써 표시되며, 다음공식으로 계산된다.²⁷⁾

$$r_j = \frac{\sum_{t=a}^{a-j} (Z_t - Z) (Z_{t+j} - Z)}{\sum_{t=a}^n (Z_t - Z)^2} \quad (26)$$

여기서 유의해야 할 점은 時系列의 理論的自動相關關係는 j 가 增加함에 따라 점점 減少하거나 $j=q$ 인 時間差 以後에 단절된다는 것은 $\rho_j=0$ ($j > q$)를 의미한다. 그러나 理論的自動相關關係(ρ_j)가 q 以後 0이 된다해도 標本自動相關關係(r_j)는 標本의 變化때문에 작은값을 갖거나 0이 아닌 어떤값을 갖는다. 따라서 r_j 가 얼마나 작아야 $\rho_j=0$ 이라 말할 수 있는가. Box와 Jenkins는 이에대한 통계적 배경을 설명하고, 다음과 같은 基準을 提示하고 있다.

[첫째 방법]

$$\text{만약 } |r_j| \leq 2 \frac{1}{(n-a+1)} (1 + 2 \sum_{i=1}^q r_i^2)^{\frac{1}{2}} \quad [j > q \text{인 경우}]$$

$$\rho_j = 0 \quad (27)$$

[둘째방법]

$$Srj = \frac{1}{(n-a+1)^{\frac{1}{2}}} (1 + 2 \sum_{i=1}^{j-1} r_i^2)^{\frac{1}{2}} \text{에서}$$

$$t_{rj} = \left| \frac{r_j}{Srj} \right| \leq 2 \text{ 이면}$$

$$\rho_j = 0 \text{ 의 관계 성립} \quad (28)$$

27) 여기서 n =관측치의 數, a =안정된 시계열의 첫번째 첨수

$$Z = \frac{\sum_{t=1}^n Z_t}{n-a+1}, \quad Z_t = \text{안정된 시계열을 의미함.}$$

(b) 偏自動相關函數

① 安定된 時系列 Z_a, Z_{a+1}, \dots, Z_n 을 만들어 내는 模型을 결정하는데 있어서 아주 有用한 것은 偏自動相關關係(ρ_{ij})이다. 이것은 j 時間만큼 떨어진 時間值間의 偏自動相關關係이다. ρ_{ij} 는 j 時間差만큼 떨어진 觀測值 Z_{t+j} 와 Z_t 사이의 觀測值를 제거한 自動相關關係를 말한다.

ρ_{ij} 的 推定值인 r_{ij} 는 j 時間差 標本偏自動相關關係라 하면 구하는 일반식은 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$r_{ij} = \begin{cases} \frac{r_1 - \sum_{i=1}^{j-1} r_{j-i}}{1 - \sum_{i=1}^{j-1} r_{j-i}} & \leftarrow j=1 인 경우 \\ \frac{r_j - \sum_{i=1}^{j-1} r_{j-i}}{1 - \sum_{i=1}^{j-1} r_{j-i}} & \leftarrow j=2, 3, \dots, J-1 인 경우 \end{cases} \quad (29)$$

$$[단, r_{ij} = r_{j-i}, i = r_{ij}, r_{j-i}, i-1] \quad [i=1, 2, 3, \dots, J-1]$$

② 安定的時系列의 理論的偏自動相關關係는 時間差 j 가 增加함에 따라 점점 減少하거나, $j=q$ 인 時點以後에 단절된다. ρ_{ij} 가 $j=q$ 인 時點以後에서 단절된다는 것은 $\rho_{ij}=0$ (단 $i > q$) 를 의미한다.

③ r_{ij} 가 얼마나 작은 값을 가져야 $\rho_{ij} = 0$ 으로 평가할 수 있는가 그 기준은 다음과 같다.

$$\text{만약 } |r_{ij}| \leq 2 \frac{1}{n-a+1} \quad [j > q \text{ 인 경우}] \quad (30)$$

$$\rho_{ij} = \Delta \quad [j > q \text{ 인 경우}]$$

(c) 自動偏自動相關函數의 利用

이상의 兩函數를 利用하고자 할때는 다음사항에 의거 評價한 후에 選擇活用 되어야 한다.
즉

- ① 資料形態에 대한 事前知識
- ② 時系列의 圖表化에 의한 點檢
- ③ 標本自動相關關係調查
- ④ 標本偏自動相關關係調查

등을 들 수 있다.

(3) 修正模型設計의 論理

1) 模型構築時의 問題点

(2)의 2)에서 記述된 模型構築方法中 Box, Tiao가 제시한 三段階過程은 몇 가지 問題点을 내포하고 있다. 간단히 略述하면 다음과 같다.

첫째, 干涉模型中 干涉效果를 나타내는 部門의 構造가 직관적으로 결정되는 모순이 있다.

둘째, 干涉要因의 影響이 지체될 경우 이 方法으로는 알 수 없다.

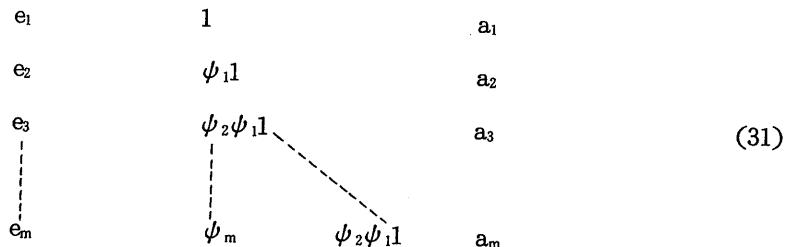
셋째, 이 방법은 干涉效果가 발생된 후에도 雜音模型의 構造가 변치 않는 것으로 가정한다. 등의 문제점이 있다. 이러한 問題点을 해결하기 위해 Atkins (1979)와 Jenkins (1979)는 각기 개별적으로 보완책을 제시하고 있지만 干涉效果의 발생유무를 알려주는 구체적 척도가 없는 헛점이 있다.

여기에서는 이상의 문제점을 補完시켜 주는 理論으로 정평 있는 Bhattacharyya 와 Layton (1979)의 Q - 통계량을 중심으로 살펴보기로 한다. Q - 統計量²⁸⁾의 유도과정을 설명하면 다음과 같다.

豫測時間 (lead time) k 에 대한豫測值를 $Z_t(k)$ 라고 전제하고, 一般式은 다음과 같이 전개 한다.

$$Z_{t+k} = e_t(k) + Z_t(k)$$

$$\text{단 } e(k) = \sum_{j=0}^{k-1} \psi_j a_{t+k-j} = \sum_{j=1}^k \psi_{k-j} a_j$$



a_t : 1 단계전의 예측오차

상기식을 다음과 같이 간단히 표현할 수 있다.

$$a = \psi^{-1} e \quad (32)$$

28) M. N. Bhattacharyya and A. P. Layton., op. cit., p. 598.

현재 Vector에 대한 $m \times m$ 共分散行列은

$$M = E(ee') = \psi \psi^{-1} \sigma^2$$

이며, 여기서 Q – 統計量은 다음과 같이 定義된다.

$$\begin{aligned} Q &= e' M^{-1} e \\ &= e' (\psi^{-1})' \psi^{-1} e / \sigma^2 \\ &= e' \sigma / \sigma^2 \\ &= \sum_{k=1}^m \sigma^2 k / \sigma^2 \end{aligned} \tag{33}$$

上記統計量은 $\chi^2(m)$ 의 分布를 가지며, 만약 확립된 模型이 干涉以後에 变했다면, Q 統計量 值은 增加될 것이다.

2) 修正된 模型構築方法

위에서 檢討된 諸方法의 長點을 고려하여 다음 방침에 따라 模型을 修正하여 干涉效果를 分析하도록 한다. 즉,

- ① 干涉效果가 發生 하기전까지의 時系列을 적절한 ARIMA 模型으로 확립한다.
- ② 확정된 模型으로 다음번 干涉效果가 發생하기 前까지 期間에 대해豫測을 실시하고, 實測值에서豫測值을 뺀다.
- ③ Q -統計量을 利用하여 時系列에 實제적인 干涉效果가 있었는지 알아본다.
- ④ 만약 Q 값이 χ^2 값보다 적다면 첫번째 干涉效果는 없는것으로 간주하고, 처음 확립된 모형을 그 다음 干涉效果가 發생하기 전까지 時系列에 확장 적용한다.

그렇지 않다면豫測誤差의 形態와 사전지식을 통해 干涉效果의 形態를 確定, 干涉模型으로 변환시킨다.

- ⑤ 推定과 檢定을 실시한다. 만약 부적합성이 발견되면 다시 修正한다.

이상과 같은 節-次에 따라 最適模型이 구축되면, 實제문제분석에 원용한다.

III. 研究內容分析

1. 内容分析의 基礎

(1) 資料選定

韓國의 경우는 物價變動狀況을 測定하기 위해서 小賣物價指數와 都賣物價指數를 作成하고 있으나 本稿에서는 後者의 資料를 活用한다.

이미 研究方法에서 지적한 바와같이 관련자료는 1965. 1~1986. 12 기간의 것을 대상으로 한다.²⁹⁾

(2) 資料의 plot

上記의 資料를 그레프에 plot 한것이 [그림 2]이다. 圖表에서 알 수 있는 바와 같이 時系列이 不安全特性을 반영하고 있다.

(3) 分析模型의 母數 確定과 分析段階

(a) 分析模型의 母數 確定

研究方法에서 제시된 節次에 따라 不安定時系列을 安定時系列로 變換시키면 다음 模型을 얻을 수 있다. [그림 4, 5, 6 참조].

$$(1-B)^2 Z_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2) a_t \quad (34)$$

Box - Jenkins Package 를 이용하기 위해 初期值는 [그림 3]에서 구한다. 즉, 標本自動相關關係의 値 ($\rho_1 = -0.2$, $\rho_2 = -0.2$)과 θ_1 θ_2 値의 일치점을 찾았드니 $\theta_1 = 0.25$ 로 확인되었고, 適正母數 値을 구하기 위해 推·檢定을 실시한 결과 다음값을 얻을 수 있었다.

29) 物價年報, 경제기획원 통계조사국간(1982~1985)

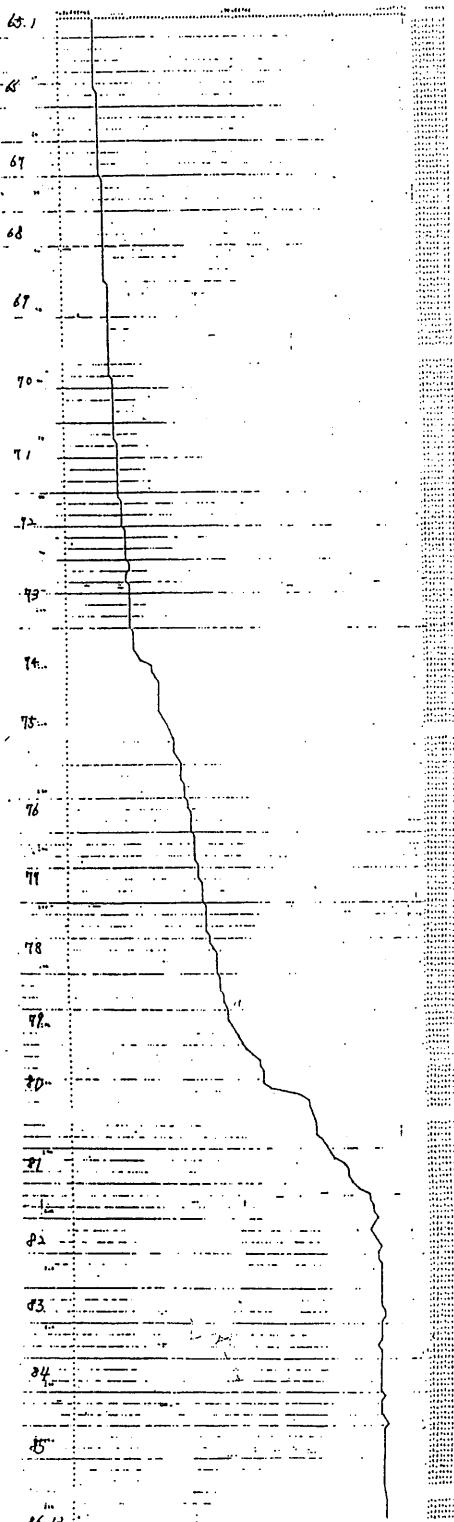
韓國統計月報, 경제기획원간 (86.1~87.2)

物價總覽, 한국은행 (1982)

" , 대한상공회의소 (1983), 경제연감, 정부백서.

여기서 검정자료선택을 1965~1986년 기간으로 행한 것은 자료의 구간별 질적 동질 특성을 고려하여 결정한 것이다.

時系列豫測調整模型에 關한 數理統計的研究



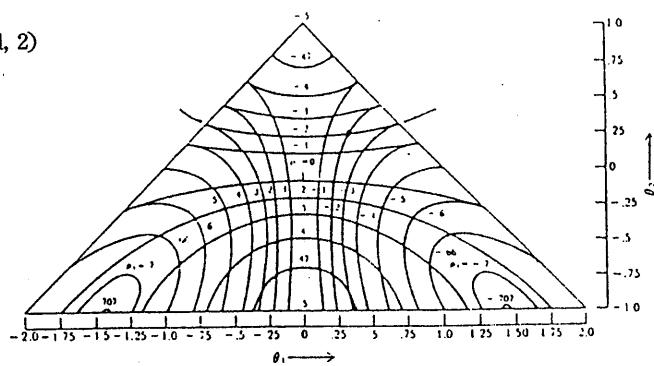
[그림 2] 全時系列 plot와 展開狀況

產 業 研 究

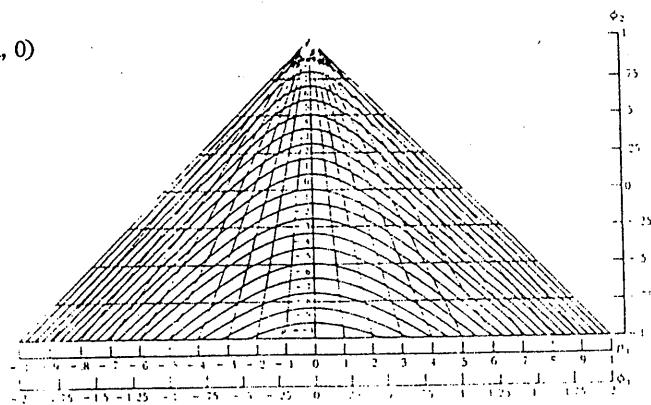
年 月	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月
'65	12.43	12.52	12.43	12.44	12.69	12.92	12.98	12.98	13.03	12.99	12.98	13.06
'66	13.17	13.36	13.44	13.66	13.93	14.12	14.19	14.26	14.26	14.26	14.17	14.21
'67	14.16	14.25	14.34	14.63	14.83	14.87	14.92	15.01	15.10	15.12	15.23	15.26
'68	15.50	15.74	15.83	15.90	15.96	16.01	16.04	16.06	16.04	16.27	16.48	16.34
'69	16.61	16.78	16.84	16.91	17.02	17.11	17.12	17.12	17.24	17.35	17.43	17.58
'70	18.00	18.36	18.36	18.58	18.66	18.64	18.68	18.71	18.88	18.88	19.09	19.20
'71	19.31	19.46	19.46	19.57	19.76	20.09	20.02	20.19	20.90	21.29	21.51	21.70
'72	21.87	22.84	22.84	22.97	23.21	23.27	23.34	23.53	23.45	23.34	23.38	23.55
'73	23.66	23.83	23.83	23.99	24.16	24.20	24.40	24.93	25.32	25.37	25.69	27.09
'74	28.43	33.55	33.55	34.95	35.17	35.58	35.97	36.29	36.18	36.29	37.11	39.18
'75	41.52	42.22	42.22	43.38	44.36	44.80	44.98	45.16	45.38	45.96	46.14	46.85
'76	48.18	48.45	48.71	49.02	49.42	49.69	50.00	50.22	50.53	50.71	51.20	51.24
'77	51.82	52.93	53.19	53.42	53.73	54.17	54.44	54.84	55.24	55.42	55.64	56.39
'78	57.68	58.70	58.88	59.24	59.72	60.52	60.79	60.83	62.03	62.70	63.10	63.28
'79	63.68	64.65	66.16	67.98	69.89	70.29	73.89	76.15	77.18	77.71	77.58	78.33
'80	81.80	93.10	96.50	97.80	99.6	99.7	100.4	102.6	104.3	105.7	107.3	111.4
'81	113.0	113.9	115.0	117.9	121.3	129.5	122.8	123.5	124.2	124.1	122.7	124.0
'82	124.9	125.8	125.0	125.6	125.9	125.8	126.3	126.1	126.6	126.5	126.5	127.0
'83	127.5	127.3	126.9	126.8	126.1	125.7	125.5	125.7	126.1	125.7	125.7	126.0
'84	126.1	126.4	126.5	127.2	126.7	126.2	126.6	127.6	129.1	128.1	127.6	128.0
'85	128.2	128.1	127.4	128.1	128.0	128.0	128.0	128.2	128.6	128.9	128.8	129.3
'86	129.4	127.9	125.9	124.9	125.1	124.9	124.8	124.7	125.2	124.5	124.3	124.5

[表 1] 都賣物價指數 資料(65.1~86.12)

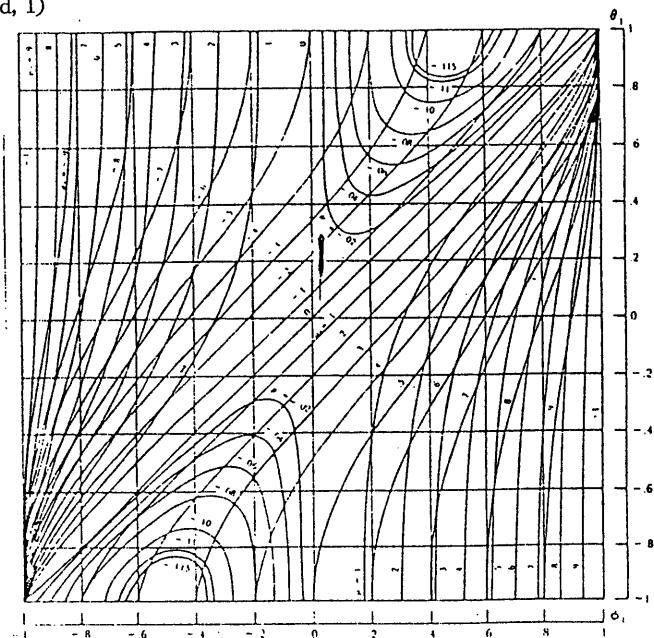
a) ARIMA (0, d, 2)



b) ARIMA (2, d, 0)



c) ARIMA (1, d, 1)



[그림 3] Box and Jenkins, op. cit, pp. 517~520. 模型母數의 初期值 Table

产 業 研 究

W. P. I. IN KOREA, MONTHLY JAN. 1965 THROUGH DEC. 1985

GRAPH OF OBSERVED SERIES ACF

GRAPH INTERVAL IS .2000E-01

		0.	.1000E+01	VALUES
		.+++++++.+++++++.+++++++.+++++++.+++++++.+++++++.+++++++.+++++++.+++++++.+++++++.++++++.		
1	X	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	.99225E+00	
2	X	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	.98420E+00	
3	X	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	.97589E+00	
4	X	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	.96740E+00	
5	X	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	.95878E+00	
6	X	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	.94997E+00	
7	X	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	.94091E+00	
8	X	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	.93156E+00	
9	X	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	.92195E+00	
10	X	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	.91217E+00	
11	X	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	.90199E+00	
12	X	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	.89156E+00	
13	X	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	.88094E+00	
14	X	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	.87020E+00	
15	X	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	.85917E+00	
16	X	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	.84777E+00	
17	X	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	.83641E+00	
18	X	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	.82504E+00	
19	X	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	.81359E+00	
20	X	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	.80192E+00	
21	X	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	.79002E+00	
22	X	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	.77810E+00	
23	X	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	.76604E+00	
24	X	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	.75386E+00	

[그림 4] 원시계열의 ACF

※ 잠정적 모형을 설계하기 위해서는 반드시 자동상관함수와 편자동함수의 이론적 형태와 표본자동상관함수와 표본편자동함수(상관)를 비교해야 한다.

時系列豫測調整模型에 關한 數理統計的 研究

	X	- .22247E + 00
1	XXXXXX XXXXXX	- .21314E + 00
2	X	- .83389E - 01
3	XXXXX	- .17688E - 01
4	X	.39603E - 02
5	XX	- .26168E - 01
6	X	.14325E + 00
7	XXXXXXX	- .14324E + 00
8	X	.89250E - 02
9	X	.17370E + 00
10	XXXXXXX	- .10571E + 00
11	X	.28851E - 01
12	XX	- .78921E - 01
13	XXXXX	.76030E - 02
14	X	.69964E - 01
15	XXXX	.46684E - 02
16	X	.43456E - 01
17	XXX	- .13491E + 00
18	X	.48346E - 01
19	XXX	.45358E - 01
20	X	- .10020E + 00
21	XXXXX	.35553E - 01
22	X	- .13332E - 01
23	XX	.77062E - 01
24	X	XXXXX

[그림 5] 2次殘差計算된 ACF

※ [그림 5] [그림 6]을 비교해보면 표본자동상관함수 시간 그 이후에서 절단되고 표본편자동상관함수가 지수형태로 감소됨을 알 수 있다.

產業研究

[그림 6] 2차 殘差計算 PACF

$$\theta_1 = 0.5205$$

$$\theta_2 = 0.3298$$

$$Q = 29.77$$

$$\chi^2(22) = 33.9 \ (\alpha = 0.05)$$

여기서 Q값이 χ^2 값보다 적으므로 模型의 適合性을 認定할 수 있지만, 推定된 模型의 標本自動相關關係函數 [그림 7]를 살펴보면 時間差 7과 10에서 큰값을 나타내므로 修正하기 위해 MA(3) 모형으로 修正하면 다음식을 구할 수 있다.

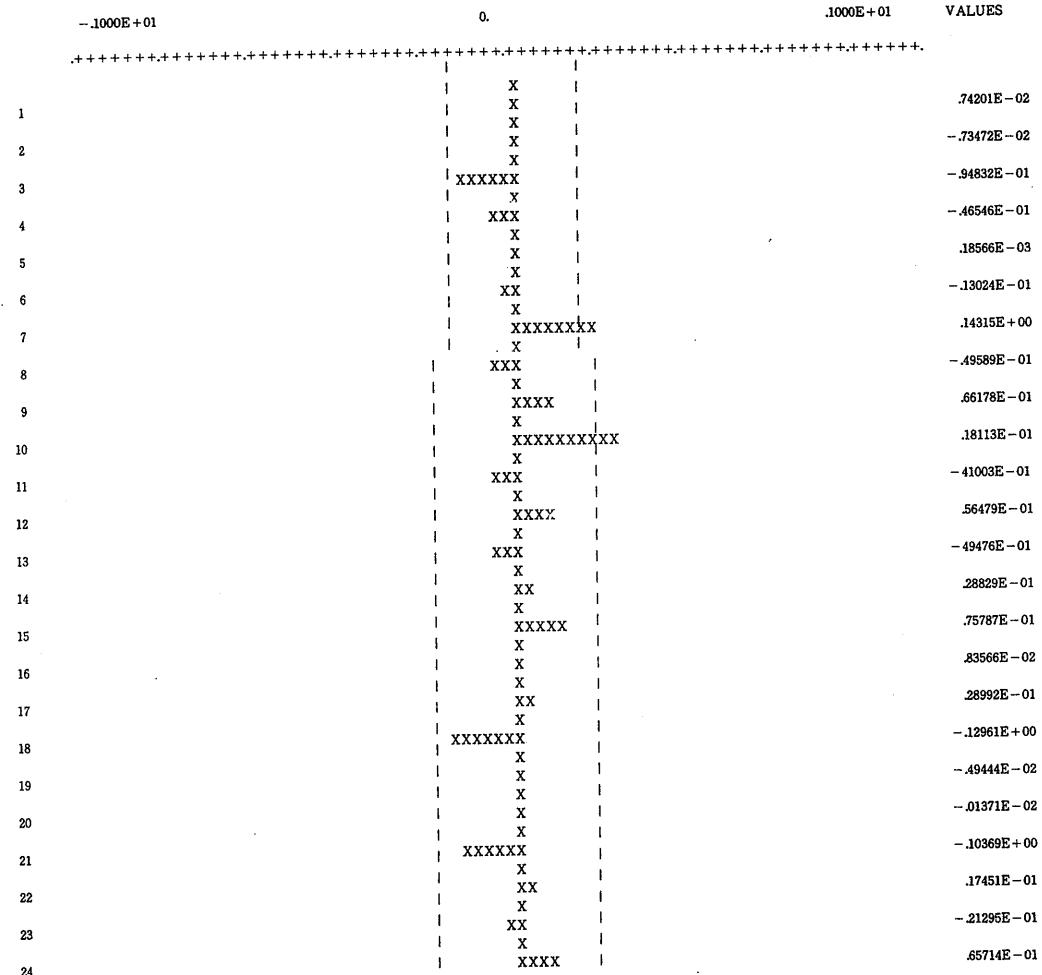
時系列豫測調整模型에 關한 數理統計的 研究

TO TEST WHETHER THIS SERIES IS WHITE NOISE, THE VALUE .29775E+02
SHOULD BE COMPARED WITH A CHI-SQUARE VARIABLE WITH 22 DEGREES OF FREEDOM

THE ESTIMATED RESIDUALS - MODEL 1

GRAPH OF OBSERVED SERIES ACF

GRAPH INTERVAL IS .2000E-01



[그림 7] MA(2) 模型의 ACF

$$(1-B)^2 Z_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \theta_7 B^7) a_t \quad (35)$$

上記模型에 대한 推·檢定 결과는 다음과 같다.

$$\theta_1 = 0.5448$$

$$\theta_2 = 0.3660$$

$$\theta_7 = 0.1880$$

$$Q = 23.567$$

$$\chi^2(21) = 32.7 (\alpha = 0.05)$$

產業研究

修正된 上記欲중에서 Q欲이 χ^2 欲보다 적으므로 일단 適合하다고 볼 수 있으며, 自動相關關係函數나 偏自動相關關係函數 또한 模型의 適合性을 잘 나타내고 있다.(그림 8, 9 참조)

		0.	.1000E+01	VALUES
				.+++
1		X		.74201E-02
2		X		-.73472E-02
3		X		-.94832E-01
4		X		-.46546E-01
5		X		.18566E-03
6		XXX		.33150E-01
7		X		.32251E-02
8		XXXXXX		-.11064E+00
9		X		-.34910E-03
20		X		.14936E+00
21		XXXXXXXX		-.57631E-01
22		XX		.20757E-01
23		X		-.90567E-01
24		XXXXX		.52432E-02
25		X		.59382E-01
26		X		-.75625E-02
27		X		-.10041E-01
28		XX		-.13272E+00
29		X		-.14113E-01
30		X		.54400E-02
31		X		-.97739E+01
32		X		.27012E-02
33		XX		-.75302E-01
34		X		.51115e-01

[그림 8] MA(3) 模型의 ACF

時系列豫測調整模型에 關한 數理統計的研究

		0.	.1000E+01	VALUES
1	X			.96779E-02
2	X			.55603E-02
3	XXXXXX			-.98304E-01
4	X			.10604E-01
5	XXX			.35725E-01
6	X			.22858E-01
7	XX			.39907E-02
8	X			-.10568E+00
9	X			.67053E-02
20	XXXXXXX			.15406E+00
21	X			-.97727E-01
22	XXXXXX			.20545E-01
23	X			-.55622E-01
24	XX			-.54015E-02
25	X			.55930E-01
26	XXXX			-.45476E-01
27	X			-.89213E-021
28	X			-.87151E-01
29	XXXX			-.32748E-01
30	X			-.43710E-02
31	XXXXXX			-.12243E+00
32	X			-.58248E-02
33	X			.23677E-011
34	XX			.19393E-01

[그림 9] MA(3) 模型의 ACF

따라서 分析模型은 다음과 같이 확정할 수 있다. 즉,

$$(1-B)^2 Z_t = (1 - 0.5448 B - 0.366 B^2 + 188 B^3) \alpha_t \quad (36)$$

2. 內容分析展開

(1) 干涉發生時期決定

干涉發生時期는 ① 위에서 결정된 修正模型과 ② 月別變動率計算法에 의해서 구할 수 있으나, 本稿에서는 計算과 判別이 용이한 後者에 의해서 확인해 보기로 한다.

(a) 一般式

$$Y_t = \frac{Z_t - Z_{t-1}}{Z_{t-1}} \times 100 \quad (37)$$

$$\left. \begin{array}{l} Z_t = \text{시간 } t\text{에서의 도매물가 지수} \\ Y_t = \text{시간 } t\text{에서의 월변도율(%)} \end{array} \right\}$$

(b) 干涉發生時期와 特徵

上記式에 의한 계산결과 [표 2]를 그래프에 plot한 것이 [그림 10]이다. 이 그림에서 4段階의 큰 변동을 확인할 수 있다. 즉,

- ① 1973. 12 —— 제일차파동 (oil)
- ② 1974. 12 —— 환률인상
- ③ 1979. 7 —— 2차 oil 파동
- ④ 1980. 1 —— 환률인상

등의 시기와 밀접한 관련을 가진 변동요인이 발생했음을 알 수 있다.

(2) 干涉效果分析

效果分析은 위에서 区分된 4段階外 1986年 2月의 油價引下와 國際景氣의 好轉等의 要因을 고려하여 다음과 같이 全 6段階로 나누어 展開하기로 한다.

1) 1段階(1965. 1~1973.“”)

本段階는 干涉要因發生有無(1차 오일파동 발생되기 전의 기간)를 確認하는 段階이다. 分析은 前述한 Q - 統計量技法을 適用解釋한다. 먼저 107個의 時系列에 대해 自動相關函數值의 plot形態를 조사해보면 [그림 11]과 같이 不安定時系列이 형성된다. 이를 安定時系로 變換시켜 본 결과 [그림 12]를 얻을 수 있다. [그림 12]에서 時間差 1 以後에 단절된 것으로 보고, 分析을 위한 1次殘差計算과 1次移動 平均모형을 포함한 잠정모형을 제시하면 다음과 같다.

$$(1-B) Z_t = (1-\theta_1 B) a_t \quad (38)$$

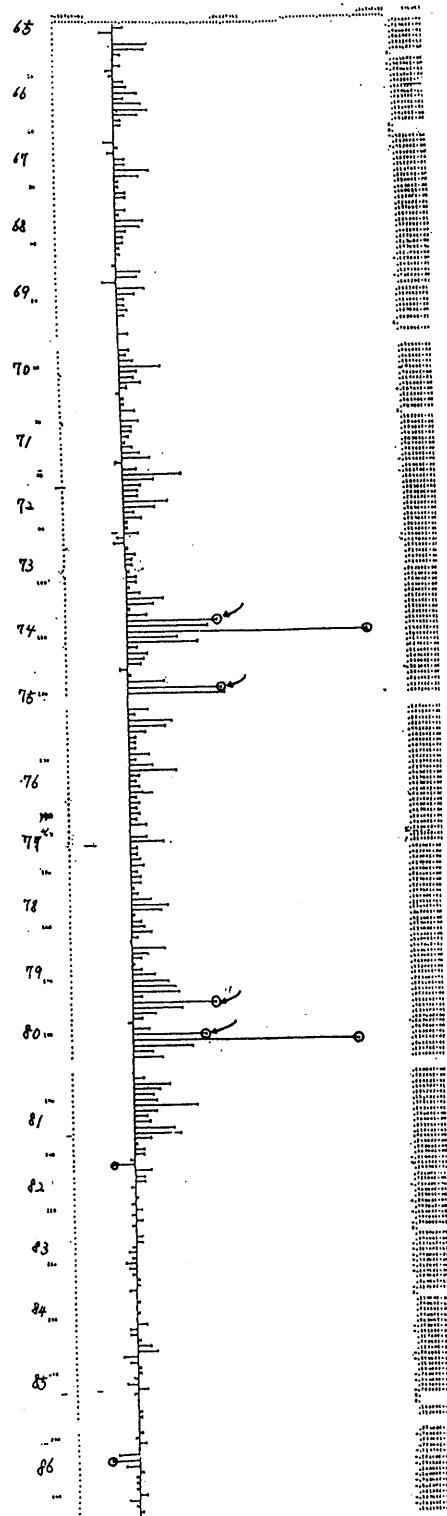
推·檢定을 실시한 결과는

$$\theta = -0.6319$$

$$Q = 23,108$$

$$\chi^2(23) = 35.2$$

時系列豫測調整模型에 關한 數理統計의 研究



[그림 10] 都賣物價의 月變動率 plot와 그 样相

産業研究

年月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月	翌年1月
'65	.724	-.719	.080	2.010	1.812	.464	.000	.385	-.307	-.077	.616	.842
'66	1.443	.599	1.637	1.977	.1364	.496	.493	.000	.000	-.631	.282	-.352
'67	.636	.632	2.022	1.367	.270	.336	.603	.600	.132	.728	.197	1.573
'68	1.548	.572	.442	.377	.313	.187	.125	-.125	1.434	1.291	-.850	1.652
'69	1.023	.358	.416	.651	.529	.058	.000	.701	.638	.461	.861	2.389
'70	1.056	.935	1.198	.431	-.107	.215	.161	.909	.000	1.112	.576	.573
'71	.466	.309	.565	.971	1.670	-.348	.849	3.517	1.866	1.033	.883	.783
'72	2.561	1.828	.569	1.045	.259	.301	.814	-.340	-.469	.171	.727	.467
'73	.465	.252	.671	.709	.166	.826	2.172	1.564	.197	1.261	5.450	4.946
'74	4.527	3.041	4.173	.629	1.166	1.096	.890	-.303	.304	2.260	5.578	5.972
'75	1.276	.404	2.748	2.259	.992	.402	.400	.487	1.278	.392	1.539	2.839
'76	.560	.537	.636	.816	.546	.624	.440	.617	.356	.966	.078	1.132
'77	2.142	.491	.432	.580	.819	.498	.735	.729	.326	.397	1.348	2.238
'78	1.768	.307	.611	.810	1.340	.446	.066	1.973	1.080	.638	.285	.632
'79	1.523	2.336	2.751	2.810	.572	5.122	3.059	1.353	.687	-.167	.967	4.430
'80	3.814	3.652	1.347	1.840	.100	.702	2.191	1.657	1.342	1.514	3.821	1.436
'81	.786	.966	2.522	2.884	.989	.245	.570	.567	-.081	-1.128	1.059	.726
'82	.721	-.238	.080	.239	-.079	.397	-.158	.397	-.079	.000	.395	.394
'83	-.157	-.314	-.079	-.552	-.317	-.159	.159	.318	-.317	.000	.239	.079
'84	.238	.079	.553	-.393	-.395	.317	.790	1.176	-.775	-.390	.313	.156
'85	-.078	-.546	.549	-.078	.000	.000	.156	.312	.233	-.078	.388	.077
'86	-1.159	-1.564	-.794	.160	-.160	-.180	-.080	.401	-.559	-.161	.161	

[表2] 月変動率 資料

時系列豫測調整模型에 關한 數理統計的 研究

	0.	.1000E+01	VALUES
1	X XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .96983E+00		
2	X XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .94009E+00		
3	X XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .90917E+00		
4	X XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .87899E+00		
5	X XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .85117E+00		
6	X XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .82413E+00		
7	X XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .79660E+00		
8	X XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .76917E+00		
9	X XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .74179E+00		
10	X XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .71360E+00		
11	X XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .68505E+00		
12	X XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .65637E+00		
13	X XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .62802E+00		
14	X XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .59981E+00		
15	X XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .57043E+00		
16	X XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .54044E+00		
17	X XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .51155E+00		
18	X XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .48271E+00		
19	X XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .45335E+00		
20	X XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .42445E+00		
21	X XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .39512E+00		
22	X XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .36682E+00		
23	X XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .33996E+00		
24	X XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .31291E+00		

[그림 11] 1段階 時系列의 ACF

產業研究

[그림 12] 1段階 1次残差計算된 ACE

ORIGINAL SERIES

MEAN OF THE SERIES = 14212E+00

MEAN OF THE SERIES = .14212E+
ST. DEV. OF SERIES = 400002E+00

ST. DEV. OF SERIES = .40093E+00
NUMBER OF OBSERVATIONS = 112

MEAN DIVIDED BY ST. ERROR = 22507E+01

MEAN DIVIDED BY ST. ERROR = .38507E+01
TO TEST WHETHER THIS SERIES IS WHITE NOISE, THE VAUE .13698E+02
SHOULD BE COMPARED WITH A CHI-SQUARE VARIABLE WITH
22 DEGRESS OF FREEDOM.

[表 3] 干涉模型 I 와 ACE

時系列豫測調整模型에 關한 數理統計的 研究

NUMBER OF TIME ORIGINS FOR FORECASTS = 1
 NUMBER OF FORECASTS AT EACH TIME ORIGIN = 12
 FORECAST TIME ORIGINS ARE T = 119

MODEL 1 FORECASTS AT BASE PERIOD 119 WITH 95 PER CENT CONFIDENCE LIMITS

PERIODS AHEAD LO. CONF. LIMIT FORECAST UP. CONF. LIMIT

1	.3516600E + 02	.3600140E + 02	.3683681E + 02
2	.3443748E + 02	.3594096E + 02	.3744444E + 02
3	.3403803E + 02	.3594096E + 02	.3784389E + 02
4	.3370897E + 02	.3494096E + 02	.3817296E + 02
5	.3342253E + 02	.3594096E + 02	.3845939E + 02
6	.3361551E + 02	.3594096E + 02	.3871641E + 02
7	.3293034E + 02	.3594096E + 02	.3895158E + 02
8	.3271226E + 02	.3594096E + 02	.3916966E + 02
9	.3250801E + 02	.3594096E + 02	.3937391E + 02
10	.3231524E + 02	.3594096E + 02	.5956668E + 02
11	.3195760E + 02	.3594096E + 02	.3974970E + 02
12	.3195760E + 02	.3594096E + 02	.3992432E + 02

[표 4] 干涉模型1에서의 예측

1-12	-.01	.06	.11	.08	.02	.01	-.14	.04	.01	-.03	-.04	.10
ST. E.	.10	.10	.10	.10	.10	.10	.10	.10	.10	.10	.10	.10
13-24	-.21	.04	.03	-.10	.02	.12	-.05	.13	.02	.08	.17	.04
ST. E.	.11	.11	.11	.11	.11	.11	.11	.11	.11	.11	.11	.12

[표 5] MA(1) 모형의 ACF

등으로 나타난다. Q값이 $\chi^2(23)$ 값보다 작고 자동상관함수(ACF)도 이상한점이 나타나지 않으므로 [표 4]와 같은 1段階의 ACF 값과 일반식을 구축할 수 있다.

$$(1-B) Z_t = (1+0.6319 B) a_t \quad (39)$$

上記式을 利用해서 Q-統計量을 계산하면 $Q=428.89$ 인데, 이를 $\chi^2(12)=21.0$ 과 비교해보면 큰 차가 나타나므로 干涉效果나 模型의 修正이 필요함을 알 수 있다.

2) 2段階(1973. 12~1974.11)

먼저 干涉效果가 있었다고 假定하고 干涉模型 1 이라고 稱하면, 다음식을 이용하여 분석

할 수 있다.

$$Z_t = \psi(B) L^T + [(1 - \theta_1 B) / (1 - B)] a_t \quad (40)$$

2段階를 적정분석기 위해 $\psi(B) L^T = \omega_1 S_t^T$ 로 상기식을 치환시키면

$$Z_t = \omega_1 S_t^T + \frac{(1 - \theta_1 B)}{(1 - B)} a_t \quad (41)$$

로 쓸 수 있다. 이에대한 주어진 값의 推定檢定結果는

$$\theta_1 = -0.4077$$

$$\omega_1 = 1.373$$

$$Q = 13.698$$

$$\chi^2(22) = 33.9$$

이며, 自動相關函數값은 [표 3]과 같이 정리할 수 있다. Q값으로 미루어보아 模型의 適合性을 認定할 수 있지만, 自動相關函數值는 時間差 I에서 큰값으로 인해 雜音模型의 修正이 요구됨을 알 수 있다. 상기 (41)식을 修正하면

$$Z_t = \omega_1 S_t^T + \frac{(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)}{(1 - B)} a_t \quad (42)$$

이고, 推·檢定結果는

$$\theta_1 = -0.3809$$

$$\theta_2 = -0.6981$$

$$\omega_1 = 0.4920$$

$$Q = 12.760$$

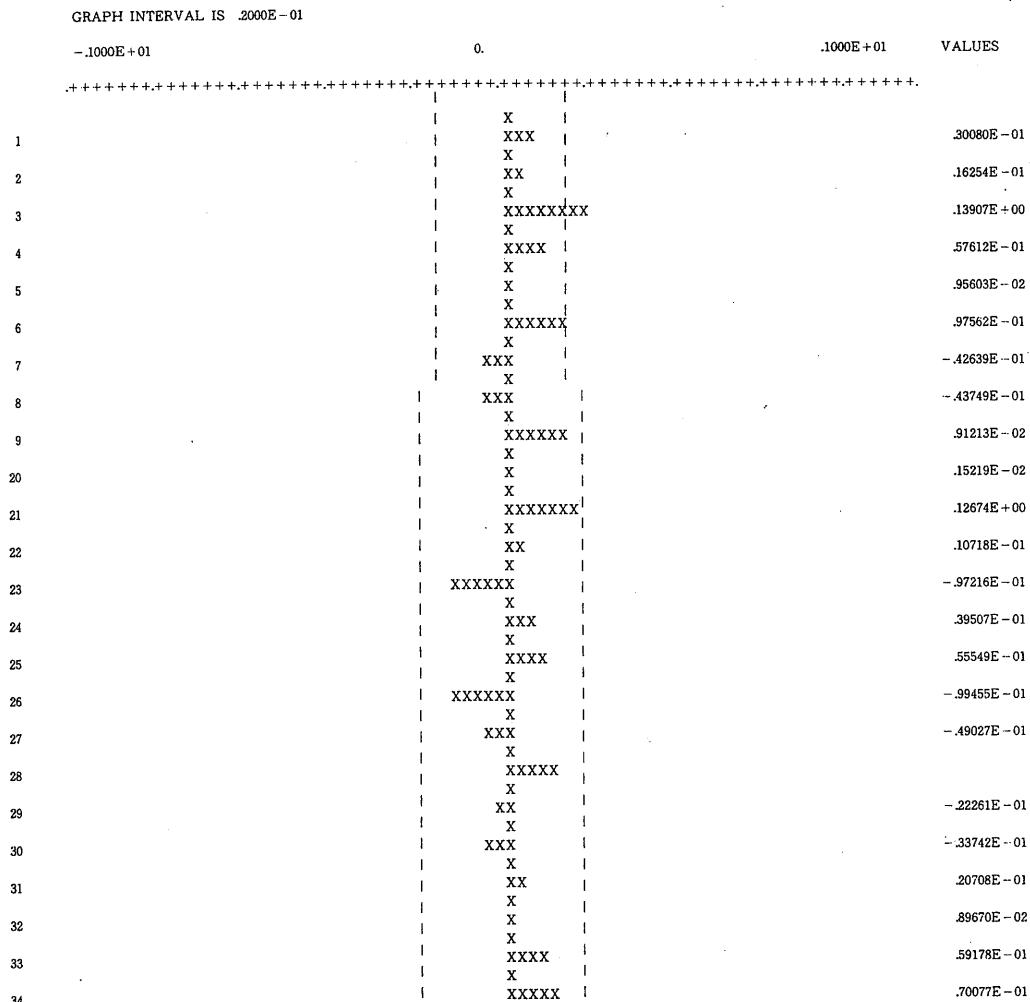
$$\chi^2(21) = 32.7$$

이므로 模型의 改善이 이루어진 것으로 볼 수 있다. 또한 [그림 13]에서 自動相關函數도 模型의 適合性을 나타내고 있기때문에 模型 I의 最終式은 다음과 같이 整理할 수 있다.

$$Z_t = 0.492 S_t^T + \frac{(1 + 0.3809B + 0.6981B^2)}{(1 - B)} a_t \quad (43)$$

상기式을 이용하여 豫測을 하면 [표 4]를 얻을 수 있고, Q값을 계산하면 $Q=187.912$ 가 된다. 이를 $\chi^2(12)=21.0$ 과 비교해 보면 Q값이 크므로 修正이 필요함을 알 수 있다.

時系列豫測調整模型에 關한 數理統計的研究



[그림 13] 간접모형 I의 수정후 ACF

3) 3段階(1974. 12~1979.6)

干渉効果가 있었다고 假定하고, 豫測誤差의 形態와 原時系列의 形態는 참조하여 (41)식을 修正하면 干渉模型II는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$Z_t = \omega_1 S_t^T + \omega_2 B S_t^T + \frac{(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)}{(1 - B)} a_t \quad (44)$$

推·檢定 結果는

$$\theta_1 = -0.5234$$

$$\theta_2 = -0.5479$$

$$\omega_1 = 0.7330$$

$$\omega_2 = 1.684$$

$$\chi^2(20) = 31.4$$

產 業 研 究

가 되고 自動相關函數의 值을 살펴볼 때 이상이 없으므로 模型의 適合性을 認定할 수 있다.
 (표 6 참조) 干涉模型II의 最終形態는 다음과 같이 요약할 수 있다.

$$Z_t = 0.7330 S_t^T + 1.684 B S_t^T + \frac{(1+0.5234B+0.5479B^2)}{(1-B)} \cdot a_t \quad (45)$$

위 模型을 利用하여 豫測을 實시하면 [표 7]과 같고, $Q=202.667$, $\chi^2(6)=12.6$, 兩値을 비교해볼때 模型의 修正이 필요함을 알 수 있다.

4) 4段階(1979.7~1979.12)

3段階의 豫測誤差形態와 原時系列의 形態를 參照하여 (44)식을 修正하면

$$Z_t = \omega_1 S_t^T + \omega_2 B S_t^T + \frac{\omega_3}{(1-B)} S_t^T + \frac{(1-\theta B - \theta_2 B^2)}{(1-B)} \cdot a_t \quad (46)$$

가 된다. 推·檢定 結果는

$$\begin{aligned} \theta_1 &= -0.5657 \\ \theta_2 &= -0.4822 \\ \omega_1 &= 0.4160 \\ \omega_2 &= 0.7086 \\ \omega_3 &= 2.064 \\ Q &= 15.322 \\ \chi^2(19) &= 30.1 \end{aligned}$$

ORIGINAL SEPIES

MEAN OF THE SERIES = .15632E+00

ST. DEV. OF SERIES = .40137E+00

NUMBER OF OBSERVATIONS = 173

1- 12	.15	.13	.06	.03	.07	-.02	.04	.07	.08	.02	.11
ST. E.	.08	.08	.08	.08	.08	-.08	.08	.08	.08	.08	.08
13- 24	.02	.06	.07	.08	.02	-.08	-.00	.11	-.02	-.00	.15
ST. E.	.08	.08	.08	.08	.08	-.08	.08	.08	.08	.08	.08

MEAN DIVIDED BY ST. ERROR = .51224E+01

TO TEST WHETHER THIS SERIES IS WHITE NOISE, THE VALUE .19701E+02
 SHOULD BE COMPARED WITH A CHI-SQUARE WITH 20
 DEGREES OF FREEDOM

[표 6] 간섭모형II의 ACF

時系列豫測調整模型에 關한 數理統計的 研究

NUMBER OF TIME ORIGINS FOR FORECASTS = 1
 NUMBER OF FORECASTS AT EACH TIME ORIGIN = 6
 FORECAST TIME ORIGINS ARE T = 174
 MODEL 1 FORECASTS AT BASE PERIOD 174 WITH 95 PER
 CENT CONFIDENCE LIMITS

PERIODS AHEAD LO. CONF. LIMIT FORCAST UP. CONF. LIMIT

1	.6921361E+02	.0741947E+02	.7162532E+02
2	.7108368E+02	.7329938E+02	.7551508E+02
3	.7001584E+02	.7329938E+02	.7658292E+02
4	.6921845E+02	.7329938E+02	.7738030E+02
5	.6855319E+02	.7329938E+02	.7804556E+02
6	.6797034E+02	.7329938E+02	.7862841E+02

[표 7] 干涉模型II에서의 예측

이 되며, 自動函數의 值[표 8] 또한 이상이 없으므로 模型의 適合性을 인정할 수 있다.

干渉模型III의 形態는

$$Z_t = 0.416 S_t^T + 0.7086 S_t^T + \frac{2.064}{(1-B)} S_t^T + \frac{(1+0.5657B+0.4822B^2)}{(1-B)} a_t \quad (47)$$

로 요약된다. 이 模型을 이용한豫測이 [표 9]에 나타나 있으며, $Q=120.392 > \chi^2 12=12.6$ 이므로 모형의 개선이 필요하다.

ORIGINAL SERIES

MEAN OF THE SERIES = .14337E+00

ST. DEV. OF SERIES = .4526E+00

NUMBER OF OBSERVATIONS = 179

1- 12	.01	.03	.14	-.01	.01	-.01	-.12	-.02	.01	.08	.10	.03
ST. E.	.07	.07	.07	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08
13- 24	.02	.05	.04	.03	-.00	-.02	.00	.06	-.06	-.03	.10	-.00
ST. E.	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08

MEAN DIVIDED BY ST. ERROR = .42040E+01

TO TEST WHETHER THIS SERIES IS WHITE NOISE, HE VALUE .15322E+02
 SHOULD BE COMPARED WITH A CHI-SQUARE VARIABLE WITH
 19 DESREES OF FREEDOM

[표 8] 간접모형III의 ACF

産業研究

NUMBER OF TIME ORIGINS FOR FORECASTS = 1
 NUMBER OF FORECASTS AT EACH TIME ORIGIN = 12
 FORECAST TIME ORIGINS ARE T = 180

MODEL 1 FORECASTS AT BASE PERIOD 180 WITH 95 PER CENT CONFIDENCE LIMITS

PERIODS AHEAD LO. CONF. LIMIT FORECAST UP. CONT. LIMIT

1	.7722899E+02	.7816116E+02	.7909332E+02
2	.7630278E+02	.7800146E+02	.8980014E+02
3	.7542979E+02	.7800146E+02	.8057312E+02
4	.7478565E+02	.7800146E+02	.8121727E+02
5	.7425054E+02	.7800146E+02	.8175238E+02
6	.7378277E+02	.7800146E+02	.8222015E+02
7	.7336192E+02	.7800146E+02	.8264100E+02
8	.7297619E+02	.7800146E+01	.8302672E+02
9	.7261804E+02	.7800146E+02	.8338488E+02
10	.7228226E+02	.7800146E+02	.8372066E+02
11	.7196514E+02	.7800146E+02	.8403778E+02
12	.7166386E+02	.7800146E+02	.8433906E+02

[표 9] 干渉模型III에서의 예측

5) 5段階(1980.1~1986.1)

干渉效果를 고려해서 (46)식을修正하면 다음과 같다.

$$Z_t = \omega_1 S_t^T + \omega_2 B S_t^T + \frac{\omega^3}{(1-B)} S_t^T + \frac{\omega_4 B}{(1-B)} S_t^T + N_t \quad (48)$$

$$[\text{단, } N_t = \frac{(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)}{(1-B)}]$$

推·検定結果는

$$\theta_1 = -0.6563$$

$$\theta_2 = -0.1532$$

$$\omega_1 = 0.2742$$

$$\omega_2 = 0.5911$$

時系列豫測調整模型에 關한 數理統計的 研究

$$\omega_3 = 1.832$$

$$\omega_4 = 2.616$$

$$Q = 26.737$$

$$\chi^2(18) = 28.9$$

가 되므로 模型의 適合性을 認定하고 있지만 自動相關函數의 値을 살펴보면 時間差10에서
큰 值을 가지므로 (표 10) 잡음모형의 수정이 불가피하다.

(48) 式에서 雜音模型을 修正하면

$$N_t = \frac{(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \theta_{10} B^{10})}{(1-B)} \cdot a_t \quad (49)$$

가 되며, 推·檢定 結果는

$$\theta_1 = -0.5491$$

$$\theta_2 = -0.1168$$

$$\theta_{10} = -0.1657$$

$$\omega_1 = 0.4705$$

$$\omega_2 = 0.7398$$

$$\omega_3 = 1.560$$

$$\omega_4 = 2.310$$

$$Q = 25.688$$

$$\chi^2(17) = 27.6$$

이되며, 自動相關函數 值은 模型의 適合性을 나타내고 있다(표 11). 干涉模型의 最終形態는
다음과 같다.

$$Z_t = 0.4705 S_t^T + 0.7388 S_{t-1}^T + \frac{1.560}{(1-B)} S_{t-2}^T + \frac{2.31B}{(1-B)} S_{t-3}^T + N_t \quad (50)$$

$$[\text{단, } N_t = \frac{(1 + 0.5491B + 0.168B^2 + 0.1657B^{10})}{(1-B)} \cdot a_t]$$

위 모형을 利用해豫測을 실시한 결과가 [표 12]에 제시되어 있고, 이를 토대로 계산하면 $Q=54.739 > \chi^2(12)=21.0$ 이므로 模型의 改善이 필요하다.

产 業 研 究

ORIGINAL SERIES

MEAN OF THE SERIES = .13745E+00

ST. DEV. OF SERIES = .82005E+00

NUMBER OF OBSERVATIONS = 252

1- 12	-.03	-.03	-.04	-.05	-.05	.08	.08	-.03	.05	-.25	.00	.02
ST. E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.08	.08

13- 24	-.07	.02	.10	-.02	-.02	-.17	-.01	.05	.01	-.01	-.01	.01
ST. E.	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08

MEAN DIVIDED BY ST. ERROR = .23644E+01

TO TEST WHETHER THIS SERIES IS WHITE NOISE, THE VALUE
.26737E+02

SHOULD BE COMPARED WITH A CHI-SQUARE VARIABLE WITH 18
DEGESS OF FREEDOM

[표 10] 간접모형 IV의 ACF

ORIGINAL SERIES

MEAN OF THE SERIES = .13347E+00

ST. DEV. OF SERIES = .76848E+00

NUMBER OF OBSERVATIONS = 252

1- 12	-.02	-.04	.07	-.03	-.03	.04	.10	.00	.08	.05	.07	.05
ST. E.	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06

13- 24	-.06	.02	.08	.00	-.00	-.14	-.07	.10	-.07	.04	.04	.10
ST. E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07

MEAN DIVIDED BY ST. ERROR = .27571E+01

TO TEST WHETHER THIS SERIES IS WHITE NOISE, THE VALUE
.25688E+02

SHOULD BE COMPARED WITH A CHI-SQUARE VARIABLE WITH
17 DEGESS OF FREEDOM

[표 11] 간접모형 IV에서의 예측

時系列豫測調整模型에 關한 數理統計的 研究

NUMBER OF TIME ORIGINS FOR FORECASTS = 1

NUMBER OF FORECSTS AT EACH TIME ORIGIN = 12

FORECAST TIME ORIGINS ARE T = 253

MODEL 1 FORECASTS AT BASE PERIOD 253 WITH 95 PER
CENT CONFIDENCE LIMITS

PERIODS AHEAD LO. CONF. LIMIT FORECAST UP. CONF. LIMIT

1	.1280362E+03	.1295607E+03	.1310853E+03
2	.1266168E+03	.1294278E+03	.1322388E+03
3	.1256621E+03	.1294505E+03	.1322388E+03
4	.1248644E+03	.1294253E+03	.1339862E+03
5	.1242952E+03	.1295155E+03	.1347359E+03
6	.1237211E+03	.1295264E+03	.1353317E+03
7	.1232129E+03	.1295494E+03	.1358860E+03
8	.1226939E+03	.1295205E+03	.1363470E+03
9	.1223386E+03	.1296223E+03	.1369060E+03
10	.1218849E+03	.1295987E+03	.1373124E+03
11	.1213951E+03	.1295987E+03	.1378023E+03
12	.1209329E+03	.1295987E+03	.1382645E+03

[표 12] 간접모형 IV에서의 예측

6) 6段階(1986.2~1986.2)

干渉模型 V는 다음과 같이 결정한다.

$$Z_t = \omega_1 S_t^T + \omega_2 B S_t^T + \frac{\omega_3}{(1-B)} S_t^T + \frac{\omega_4 B}{(1-B)} S_t^T + \omega_5 S_t^T \quad (51)$$

$$[\text{단, } N_t = \frac{(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \theta_{10} B^{10})}{(1-B)} \cdot a_t]$$

推·檢定된 結果는 아래와 같다.

$$\theta_1 = -0.5520$$

$$\theta_2 = -0.1222$$

$$\theta_{10} = -0.1614$$

$$\omega_1 = 0.4578$$

$$\omega_2 = 0.7346$$

產 業 研 究

$$\omega_3 = 1.553$$

$$\omega_4 = 2.315$$

$$\omega_5 = -0.9253$$

$$\chi^2(28) = 41.3$$

自動相關函數 또한 模型의 適合性을 나타내고 있으므로(표 13) 干涉模型의 最終形態는 다음과 같이 표시할 수 있다. 즉,

$$Z_t = 0.4578 S_t^T + 0.7346 B S_t^T + \frac{1.553}{(1-B)} S_t^T + \frac{2.315B}{(1-B)} 0.9253 S_t^T + N_t \quad (52)$$

$$[\text{단, } N_t = \frac{(1+0.552B+0.1222B^2+0.614B^4)}{(1-B)} \cdot a_t]$$

豫測結果는 [표 14]와 같다.

3. 新模型에 의한 豫測實施

干擾模型V는 65年 1月부터 86年 12月까지의 全時系列에 대한 최종모형이다.

ORIGINAL SERIES

MEAN OF THE SERIES = .11880E+00

ST. DEV. OF SERIES = .76668E+00

NUMBER OF OBSERVATIONS = 263

1- 12	-.02	-.04	-.07	-.02	-.03	.03	.11	-.00	.08	-.05	.06	.05
ST. E.	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06
13- 24	-.04	.01	.08	-.01	-.01	-.15	-.08	.10	.06	-.04	-.03	.11
ST. E.	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06
13- 24	-.04	.01	.08	-.01	-.01	-.15	-.08	.10	.06	-.04	-.03	.11
ST. E.	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06

MEAN DIVIDED BY ST. ERROR = .25129E+01

TO TEST WHETHER THIS SERIES IS WHITE NOISE, THE VALUE
.35734E+02

SHOULD BE COMPARED WITH A CHI-SQUARE VARIABLE WITH 28
DEGES OF FREEDOM

[표 13] 간섭모형 V의 ACF

時系列豫測調整模型에 關한 數理統計的 研究

NUMBER OF TIME ORIGINS FOR FORECASTS = 1
 NUMBER OF FORECSTS AT EACH TIME ORIGIN = 12
 FORECAST TIME ORIGINS ARE T = 264
 MODEL 1 FORECASTS AT BASE PERIOD 264 WITH 95 PER
 CENT CONFIDENCE LIMITS

	PERIODS AHEAD	LO. CONF. LIMIT	FORECAST	UP. CONF. LIMIT
1	.1238499E+03	.1253731E+03	.1268962E+03	
2	.1225718E+03	.1253840E+03	.1281962E+03	
3	.1216638E+03	.1254600E+03	.1292562E+03	
4	.1208011E+03	.1253743E+03	.1299475E+03	
5	.1201582E+03	.1253943E+03	.1306304E+03	
6	.1195501E+03	.1253741E+03	.1311982E+03	
7	.1191102E+03	.1254680E+03	.1318259E+03	
8	.1184395E+03	.1252897E+03	.1321399E+03	
9	.1180387E+03	.1253481E+03	.1326576E+03	
10	.1176476E+03	.1253891E+03	.1331305E+03	
11	.1171582E+03	.1253891E+03	.1336200E+03	
12	.1166962E+03	.1253891E+03	.1340819E+03	

[표 14] 간접모형 V에서의 예측

이 式을 利用하여 87年 12個月을豫測한 것이 [표 15]이다. 이 표에 대한 解釋은 다음 段階에서 행하기로 한다(여기서 경과연도를 예측대상으로 삼은 것은 경제적 특성을 고려하여, 예측모형의 타당성점검결과를 평가하기 위한 조치이었음).

IV. 研究結果解釋

위에서 우리는 干涉模型을 利用하여 干涉要因이 어떻게 生成·展開되며, 系列間 어떤 構造的特徵이 나타났는가 考察하였다. 各段階에서 分析된 內容을 中心으로 關聯效果를 整理해 보기로 한다. 理論構造上 ① 干涉要因의 効果的側面과 ② 模型에 의한 豫測結果만을 살펴보기로 한다.

1. 干涉要因의 効果解釋

여기서는 干涉要因이 發생된 이전모형은 제외하고, 干涉要因이 發생되어 모형수정을 하지 않으면 안되었던 模型 I에서 模型 V의 經濟的, 統計的特性만을 吟味해 보기로 한다.

(1) 干涉模型 I

이 模型은 제 1 차 oil 파동의 영향을 분석하기 위해서 설계되었고, 一般式을 다음과 같이 確定實施하였다. 즉,

$$Z_t = \omega_1 S_t^T + \frac{(1 - \theta B - \theta_2 B^2)}{(1 - B)} \cdot a_t \quad (53)$$

上記式을 利用한 分析에서 1973年 12月에 干涉效果가 있었음을 알게되었다. 分析結果表를 자세히 보면 1974年 11月 까지 都賣物價指數가 1.373%씩 上昇을 나타내고 있는데, 이것은 月變化量의 段階的 上昇을 의미한다. 그 뿐만아니라 干涉效果의 實質적 特성의 반영이라는 점에서 주목해야 할 것이다.

이 값은 既存 論文에서 1974~1977年間 發생된 Inflation의 약 1/3이 에너지 파동으로 분석한 내용과 큰 差가 없다.³⁰⁾

(2) 干涉模型 II

우리는 模型II를 다음과 같이 최종 확정하여 분석에 적용하였다.

30) 李承潤, 油價引上의 經濟的 効果에 關 計量的 分析, 에너지 Vol.3, No.6, pp. 23~38(1980).

$$Z_t = 0.733 S_t^T + 1.684 BS_t^T + \frac{(1+0.5234B+0.5479B^2)}{(1-B)} \cdot a_t \quad (54)$$

上記式에 의한 分析結果, 干涉要因은 1974年 12月에 발생된 換率임을 알게 되었다. 이 模型은 換率引上은 都賣物價指數에 1.684% 정도, 1975年 1月부터 단계적으로 영향을 미친것으로 되어있다. 이 痘은 模型 I의 1,373% 보다 큰 痘이다. 그 理由는 1974年 12月 7日에 政府가 「國際收支改善과 景氣回復을 위한 特別措置」인 「12.7 措置」 발표에 따른 환률인상과 이에따른 관련공산품의 價格現實化措置의 여파가 아닌가 생각한다.

(3) 干涉模型III

우리는 뒤에서 干涉模型III의 最終形態를 다음과 같이 확정, 분석에 이용하였다.

$$Z_t = 0.416 S_t^T + 0.7086 S_t^T + \frac{2.064}{(1-B)} S_t^T + N_t \quad (55)$$

$$[\text{단, } N_t = \frac{(1+0.5657B+0.4822B^2)}{(1-B)} \cdot a_t]$$

上記式에서 얻은 결과는 제 2 차 oil 파동(1979年 7月)이 物價變動의 큰 원인이었음을 알 수 있었다. 分析結果에 의하면 2.064%씩 1979年 12月까지 점진적증가요인으로 나타나 있다. 이와같은 干涉效果가 나타난 것은 78年末에 1배럴당 12.7 \$ 이던것이 계속상승되어, 1981年에는 무려 34 \$ 까지 치솟게 되었으며, 1차파동에서 겪었던 경험적 잔재요인이 크게 자리 잡고 있었기 때문이 아닌가 생각한다.

(4) 干涉模型 IV

제 2 차 換率引上이 都賣物價指數에 어떤 영향을 주고 있는가를 알기위해서 다음 模型을 設計 · 活用하였다.

$$Z_t = \omega_1 S_t^T + \omega_2 BS_t^T + \frac{\omega_3}{(1-B)} S_t^T + \frac{\omega_4 B}{(1-B)} S_t^T + N_t \quad (56)$$

이 模型에서 제 1 차 oil 파동과 제 2 차 oil 파동의 干涉效果의 形態와 달랐던 것과 같이 제 1차 환률인상과 제 2차 환률인상의 干涉效果가 다름을 알 수 있다.

제 2 차 oil 파동의 干涉效果形態와 같이 점진적으로 都賣物價指數形成에 영향을 미친 제 2 차 환률인상효과는 제 1 차 oil 파동보다 제 1 차 환률인상효과가 더 커졌던 것처럼 제 2 차 oil

產 業 研 究

과동보다 더 큰 2.31%를 나타내고 있다. 이는 제1차환률인상에서 言及한바와 같이 환률인상 효과 뿐만아니라 油價引上의 效果의 중심으로 빛어진 결과로 볼 수 있다.

(5) 干涉模型 V

月變動率을 나타낸 圖表에서는 음의 값을 나타냈지만, 그리 큰값이 아닌 油價引下를 다섯번째 干涉要因으로 보고, 都賣物價에 어떤 영향을 미치고 있는가를 分析하기 위해서 우리는 다음 모형을 설계·이용하였다.

$$Z_t = 0.4578 S_t^T + 0.7346 BS_t^T + \frac{1.553}{(1-B)} S_t^T + \frac{2.315 B}{(1-B)} S_t^T - 0.9253 S_t^T + N_t \quad (57)$$

이 模型에서 油價引下는 都賣物價指數를 0.9253 정도 인하시키는 요인이 되고 있음을 밝혀주고 있다(1986.2~1986.12까지). 생각보다 적게나타난 것을 油價引下幅 전부가 物價安定에 이용되지 않은 결과라고 볼 수 있다. 즉, 석유안정기금비축이라든가, 공산품의 단계적 인하정책이 크게 작용한 것이 아닌가 생각한다.

2. 新模型豫測值에 의한 解釋

[표 15]에 干涉模型 V를 이용한豫測值(87年度 1月~12月까지)와 6月까지의 實測值가 제시되어 있다. Q統計量에 의한 비교평가를 할 필요도 없이豫測值가 實測值에 근사함을 알 수 있다. 이러한 결과는豫測作業에 있어서 干涉要因分析·調整이豫測結果에 지대한 영향요소임을 實證하는 一例라고 말할 수 있다.

[표 15] 87年度豫測值

	예 측 치	실 측 치		예 측 치	실 측 치
87年 1 月	125.37	124.6	7 月	125.47	
2 月	125.38	124.8	8 月	125.29	
3 月	125.46	125.1	9 月	125.35	
4 月	125.37	126.5	10 月	125.39	
5 月	125.39	127.0	11 月	125.39	
6 月	125.37	125.8		125.39	

* 모형검정을 위한 경과자료 중심으로 계산된 값임.

V. 要的 및 結論

위에서 시사된 바와같이豫測에 있어서 分析時系列에 영향을 미치는 干涉要因만 정확히抽出할 수 있다면豫測의 質을 크게 向上시킬 수 있음을 알게되었으나,處理되어야 할 많은技術的問題가 있음을 시인하지 않을 수 없다.

이미 앞 研究結果解釋에서 研究對象全過程에 대한 再檢討가 있으나, 장래의 보완 과제를 도출하기 위해서 內容分析의 핵심인 變動促進原因과 그 實狀을 간단히 요약하면 다음과 같다.

1. 變動促進原因과 그 實狀

- ① 干涉發生時期의 考察에서 살펴본 바와 같이 1965年 1月부터 1986年 12月까지의 全分析期間에 5번의 干涉要因이 발생되었고
 - ② 각 단계별 변동촉진 강도를 보면 다음과 같다.
 - 1 단계 - oil 파동이 원인이 되어, 1973年 12月에 그 효과가 나타났으며, 1974年까지 1,373%의 단계적으로 指數를 증가시켰으며,
 - 2 단계 - 1974年的 환률인상은 77年 12月까지 1,684%의 단계적 지수증가 요인으로 작용했고,
 - 3 단계 - 1979年 2차 oil 파동은 79年 7月부터 79年 12月까지 2.064%라는 매우 높은 指數증가 요인이 되었다.
 - 4 단계 - 1980年 환률인상은 油價引上의 효과와 중복되어 2.31% 지수증가요인으로 나타났다.
 - 5 단계 - 1986年 2月의 油價引下는 86年 12月까지 0.9253%의 하락요인이 되고 있는 데, 要因들 모두가 外部的, 人爲的으로 나타났다는 점에서 전략변수 선택이 정책적으로 얼마나 중요한가 간과해서는 안될 것이다. 따라서豫測의 効率을 증대시키기 위해서는 上記諸問題 뿐만 아니라 다음과 같은豫測技術上의 統計的 操作問題의 補完이 뒤따라야 할 것이다.

2. 研究補完課題

첫째, 單變量干涉模型을 설정하고, 분석하는 과정에서 始點과 終點을 결정할 수 있는 보다一般的의 方法이 필요하다. 干涉要因의 內容을 파악하므로써 干涉要因이 발생된 時期를 파악하고, 이를 月變動率計算值와 비교하면 어느정도 정확하게 짐을 수 있으나 終point을 파악하기는 어려우므로 轉移函數模型과 같은 다른 模型을 이용하여 終point把握方法에 대한 연구가 절실하다.

둘째, 轉移函數模型은 다른 時系列間의 관련성을 알아낼 수 있도록 개발되었기 때문에 이 模型을 利用해서 서로 다른 時系列間의 관련성을 분석, 가장 높은 관련성을 지니고 있는 時系列을 선행지표로 정하여 豫測을 실시하면 보다 뛰어난 豫測力を 얻을 수 있을 것으로 본다.

셋째, 轉移函數干涉模型을 이용하면 入力時系列의 干涉效果가 出力時系列의 干涉效果와 어떤 관련성을 갖고 있으며, 入力時系列의 간접효과간의 관련성이 어떠한지 分析할 수 있으므로 간접효과의 영향을 여러가지 측면에서 분석할 수 있다. 그러나 한국형을 얻기위해서 많은 시뮬레이션이 수행, 비교되어야 할 것이다.

넷째, 현재개발된 package는 單一入力, 單一出力轉移函數模型만을 대상으로 하고있기 때문에 轉移函數干涉模型에 대한 package 개발이 시급한편이다.

다섯째, 하루빨리 일관된 통계작업에 의해 기관마다 작성된 자료가 달라 제기되는 문제점을 축소시켜야 할 것이다.

결론적으로 말해서 本研究는 試論的 特性을 벗어나지 못했기 때문에 발전연구를 위해 이를 기점으로 보다 깊이있는 模型設計와 시뮬레이션 分析研究가 시도되어야 할 것으로 믿는다.