

# 주식시장의 비선형성에 대한 연구

임수진\*

## 요약

본 연구의 목적은 국면전환 모형의 STAR모형을 기반으로, 한국 주식시장의 가격변동을 살펴보고 현실 주식시장의 설명력과 예측력을 더욱 높일 수 있는 모형을 추정 하는데 있다. 이를 위해 STAR모형에 중도비중(Middle Way Ratio : MWR)을 적용한 중도적STAR(MWSTAR) 모형을 통해 주식시장이 중도적인 방법으로 진화해가는 과정을 관찰하고 결과를 분석하였다. 또한 1985년 1월 4일부터 2012년 6월 29일까지의 KOSPI지수데이터를 사용하여 MWSTAR모형을 적용해보고, 모의실험과의 비교 분석을 통해 본 연구를 통한 실제 주식가격의 예측 과정을 설명하고, 현실에 대한 설명력을 살펴보았다.

본 논문이 가지고 있는 연구 의의는, 근본주의자와 기술주의자의 이질적 행위가 주식시장의 가격 변화에 영향을 미치는 주요 요소임을 설명하고, 모의실험을 통해 근본주의자와 기술주의자가 주식시장에서 차지하는 역할의 변화에 따라 주식시장이 중도적으로 진화하는 과정과 균형가격을 찾아가는 과정을 보여줌으로써, 선행연구에 비하여 실제 주식시장의 흐름과 매우 유사한 주식가격의 변동요인을 설명했다는 데 있다.

핵심주제어 : 국면전환 모형, 중도적 STAR모형, 중도비중, 근본주의자, 기술주의자

## I. 서론

### 1. 연구의 배경 및 목적

세계 자본시장에서는 경제 개방과 자본시장의 단일화 추세에 맞춰 점차 각 나라의 금융시장 경계선이 사라지고 있다. 이러한 추세와 함께 한국의 금융시장 역시 대규모의 해외 자본

\* 단국대학교 일반대학원, 경제학 박사과정, dndldl@ Dankook.ac.kr

〈논문 투고일〉 2013. 02. 06

〈논문 수정일〉 2013. 02. 26

〈게재 확정일〉 2013. 03. 04

이 유입되어 주식시장을 비롯한 금융시장이 더욱 활성화 되고 있다. 그러나 1997년의 외환위기와 2008년 금융위기를 겪으면서 한국 금융시장의 변동성이 매우 증대되고 있다. 변동성은 수익률의 불확실성 정도를 보여주는 척도로서, 금융시장에서 변동성이 증가 한다는 것은 그만큼 투자의 위험도(Risk)를 증대시킨다는 것을 의미하며, 이는 투자자들의 불안 심리를 자극하여 금융시장은 물론 실물경제 부문까지 악영향을 미치게 된다.

인간은 시장의 경기흐름에 선행하는 주식가격을 통해 미래수익을 예측하고 투자를 결정한다. 과거에는 주가의 변동 요인을 확률적인 외부충격(External Shock)으로 보고 이를 미래수익 결정의 가장 큰 변수로 보았다. 평소에는 정상상태를 유지하고 있던 주식시장이 외부충격에 의해 무작위적인 가격 변동을 일으키는 것으로 여겨졌던 것이다. 또한 자본시장에서 이용 할 수 있는 모든 정보들은 언제나 즉각적으로 공유되며 투자자들은 자산가격의 가치를 과대·과소평가 없이 합리적으로 판단하고 그 결과를 시장에 반영할 것이라는 효율적 시장가설(Efficient Market Hypothesis : EMH)을 토대로 선형모형(Linear Model)을 가정하였다. 이는 주식 수익률의 생성과정이 독립적이고, 동일하게 분포(Independently and Identically Distributed : IID)한다는 가정이며, 만일 주식의 수익률이 무작위한 확률변수이고, 충분히 많은 관측 값을 확보할 수 있다면, 수익률의 확률분포는 정규분포를 이루며, 랜덤워크<sup>1)</sup>(Random Walk : 랜덤워크)를 따르게 된다는 것을 의미한다. 여기서 주식가격의 움직임이 랜덤워크하다는 사실은 시장이 매우 효율적이라는 것을 의미하기는 하지만, 효율적인 시장의 주가가 무조건적으로 랜덤워크하다는 것을 의미하지는 않는다. 다만 자본시장 연구의 모형설정 및 통계적 실증연구에서 이론 전개과정의 편리성을 위해 수익률 분포의 독립성을 의미하는 정규분포와 랜덤워크를 기본가정으로 두었으며, 기존의 선형모형으로 설명할 수 없는 현상들은 이상 현상으로 취급하였다.

그러나 이후에 수익률의 생성과정이 독립적이고 동일한 분포를 따르지 않는 경우에는 실물경제변수들이 여러 다른 요인에 의해서 서로 영향을 주고받으며 주식 가격을 변동시킬 수 있다는 이론이 제기되었다. 이는 곧 주식 가격의 변동이 외부적 충격에 의해서만이 아닌 내부적 요인에 의해서도 발생할 수 있으며, 주식시장의 선형모형 가정만으로는 주가의 움직임을 명확히 설명할 수 없게 되었음을 의미하였다. 이로 인해 1980년대 이후부터 여러 경제학자들이 주식시장에 비선형 모형(Non Linear Model)을 가정하는 연구를 활발히 진행하게 되었으며, 그 결과 주식 수익률의 비선형적 생성과정은 크게 카오스모형(Chaos Model)과 자기회귀 조건부 이분산(Autoregressive Conditional Heteroscedasticity : ARCH)의 모형으로 분류되었다.

1) 어떤 확률변수가 무작위로(randomly) 변동할 때 이러한 확률변수를 랜덤워크에 따른다고 하며, 통계적으로는 서로 독립적이고 동일한 형태의 확률분포를 가지는 경우를 의미한다.

카오스이론은 겉으로 보기에는 불규칙하게 움직이는 것처럼 보이지만 그 이면에는 잘 정리된 규칙과 질서가 존재한다는 비선형 결정론적인 과정을 따르며, Engle(1982)에 의해 정리된 ARCH모형은 조건부 평균이 0이고, 시간의 흐름에 따른 분산의 변화에 대한 비선형 상관성만을 고려하는 비선형 확률모형과정을 따른다.

이후 Markov(1989)에 의해 등장한 국면전환모형은 시계열의 확률분포가 이질적으로 나타나는 구간을 서로 다른 국면(Regime)으로 판단하고, 그 국면에 따라 경제지표의 움직임이 달라진다고 가정하였다. 또한 경제지표 사이에 존재하는 전이확률(Transition Probability)을 고려하여 ARCH의 모형만으로는 설명할 수 없었던 경제시계열 움직임의 비선형성과 비대칭성을 어느 정도 설명할 수 있었으며, 현실경제가 위치한 국면을 파악함으로써 미래 경기변동의 상승과 하강국면을 확률적으로 예측할 수 있었다. 다시 말해 국면전환모형은 경기변동의 예측력을 높여 주었을 뿐 아니라, 경기변동과 관련된 여러 가지 파생적 연구들을 가능하게 하였다.

미래 주식 가격의 예측방법은 크게 근본주의(Fundamentalist)와 기술주의(Technicalist)의 방법론으로 나눌 수 있다. 근본주의자들은 주식가격의 수익률, 이자율과 배당금, 재무보고서 등과 같이 가격 변화에 영향을 미치는 기본적인 경제변수들을 분석하고, 이를 토대로 주식가격의 변화와 배당금의 기대 값을 예측하여 투자를 결정한다. 이들은 주식가격이 장기적인 균형가격에서 멀어졌을 때마다 다시 균형 가격으로 돌아가기 위해 움직일 것이라고 예측한다. 그러므로 이들은 만약 현재의 주식가격이 장기적인 균형가격보다 높게 측정되어 있다면 과대평가로 인한 주가의 하락이 예상되므로 매도를 선택하고, 반대의 경우에는 매수를 선택한다. 결국 근본주의자들의 투자전략은 주가가 장기적 균형가격으로 되돌아간다는 가정의 현실성과 균형가격의 정확한 예측에 따라 그 성공여부가 달려있다.

한편, 기술주의자들은 경제원칙과 주식시장 분석모형에 포함된 정보를 사용하지 않고, 과거의 주식가격 시계열자료를 토대로 자기회기(Auto Regression : AR)의 방법을 통해 미래가격을 예측하고 투자를 결정하는 기술적 분석방법을 사용한다. 이들은 주식가격이 상승하면 앞으로 더 높은 가격 상승이 일어날 것이라고 예상하여 매수를 결정하고, 주식시장에서는 이로 인해 주식가격의 추가상승이 일어나게 된다. 반대로 주식가격이 하락하면 추가하락을 예상하여 매도를 결정한다. 결국 주식 가격은 경제변수들에 관한 정보에 의존하는 근본주의적인 분석방법에 의해서만 결정되는 것이 아니라, 과거의 주식가격에 의한 시장참여자들의 심리적 반응에 따른 행동에 의해서도 큰 영향을 받는다.

본 논문의 연구목적은 다음과 같다. 첫째, 시계열 모의자료를 이용하여 주식시장에서의 근본주의자와 기술주의자들의 이질적 행위와 이들이 주식시장에서 차지하는 비중을 고려하고,

모의실험과정을 통해 중도적 방법으로 주식시장이 진화하는 과정을 살펴볼 것이다. 둘째, 국면전환 모형인 평활전이자기회귀모형(Smooth Threshold Autoregressive Model : STAR모형)을 기본으로 중도비중을 적용한 중도적 STAR모형(MWSTAR)을 사용하여 한국 주식시장의 가격 변동성을 관찰하고 예측해보고자 한다. 셋째, 모의실험과 중도STAR모형(MWSTAR)의 비교분석을 통하여 한국 주식시장의 가격결정에 대한 설명력을 높일 수 있는 방안을 모색할 것이다.

## II. 주식시장의 이론

### 1. 주식시장 균형 이론

주식시장에서는 더욱 높은 기대수익률을 얻기 위하여 변화하는 투자 환경에 적응하고, 다양한 각도에서 기대수익률을 예측하는 수많은 이질적 투자자가 존재한다는 사실을 토대로 자산자본가격결정이론(CAPM)을 수용한다. 이질적 투자자들은 거래의 결과에 따라 만들어진 기대모형을 수정하여 최적의 거래 상태를 가정하므로, 개인의 거래 수익 기대 값은 시장의 내생적인 요소가 된다. 그러나 본 논문에서는 이질적 투자자를 가정한 표준 모형을 좀 더 단순화하여 다음과 같은 모형을 설정하기로 한다.

주식과 채권을 투자 조합으로 희망 자산을 구성하는 N명의 투자자가 있다고 가정하자. 각 투자자들은 서로 다른 기대수익률을 가지지만 나머지 투자조건에서는 동일한 조건을 가지는 동질적 투자자이며, 자신이 가진 기대수익률과 매수·매도에 관한 의도는 다른 이들과 서로 교환하지 않는다. 이들은 아래와 같은 기대효용함수(Constant Absolute Risk Aversion utility function : CARA 효용함수)<sup>2)</sup>를 이용하여 효용을 극대화한다.

$$u(c) = -e^{-\theta c}$$

이는 CARA의 가장 일반적인 형태이며, 이때의 소비량  $c$ 는 원금을 보장받지 못하는 위험 자산(risky stock)인 주식의 보유량과 원금이 보장되는 무위험 채권(risk-free bond)으로 구성된 포트폴리오에 의해 다음기의 소비량  $C_{t+1}$ 을 결정한다.

2) Santa Fe Institute(1998) The Economy As An Evolving Complex System, I, Addison-Wesley Publishing, Massachusetts, USA.

$$C_{t+1} = (p_{t+1} + d_{t+1})x_t + (1+r)(w - p_t x_t)$$

현재소비, 다음기의 소비 :  $c_t, c_{t+1}$

현재의 주식가격 :  $p_t$ , 다음기의 주식가격 :  $p_t, p_{t+1}$

현재 주식 투자로 다음 기에 얻는 배당금 :  $d_{t+1}$

위험주의 현재 유동수요량 :  $x_t$     금리이윤 :  $r$ ,    유동자산 :  $w$

위험주의 보유량 :  $p_t x_t$ ,    무위험채권 :  $w - p_t x_t$

이때 모든 값은  $t$ 기에서 결정되므로  $t$ 기의 값은 상수항이며, 아직 결정되지 않은  $t+1$ 기의 값  $p_{t+1}, d_{t+1}$ 는 확률변수가 된다.

$$E(C_{t+1}) = (E_t(p_{t+1} + d_{t+1}) - p_t(1+r))x + (1+r)w, \quad E_t = E(\cdot | I_t)$$

$$V_t(c_{t+1}) = \sigma_{t,p+d}^2 x^2, \quad \sigma_{t,p+d}^2 = V_t(p_{t+1} + d_{t+1})$$

여기서  $E_t$ 와  $V_t$ 는 각각 기댓값과 분산의 조건이며, 배당금  $d_t$ 는 외생적으로 결정되며 투자자에게는 알려지지 않는다. 그리고 다음과 같은 AR(1)<sup>3)</sup> 과정에 기초하여 확률배당금을 지불한다.

$$d_t = \bar{d} + \rho(d_{t-1} - \bar{d}) + \epsilon_t \quad \epsilon_t \sim N(0, \sigma^{\epsilon}) \quad (2.1)$$

자연대수를 취하는 효용함수의 극대화는 단조증가함수의 특징을 가지고 있으므로 투자자의 기대효용 최댓값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \max_x E_t(c_{t+1}) - \frac{\theta}{2} V_t(c_{t+1}) \\ & = (E_t(p_{t+1} + d_{t+1}) - p_t(1+r))x + (1+r)w - \frac{\theta}{2} \sigma_{t,p+d}^2 x^2 \end{aligned}$$

3) 자기회귀 모형(AutoRegressive Model, AR)이란 변수 자체의 과거 값에 들어 있는 정보를 이용하여 변수 Y의 움직임을 분석한 모형으로서 주식시장의 움직임이 대표적인 AR모형에 속한다.

여기서  $\theta$ 는 위험기피의 정도(Risk Aversion)이며, (-)부호를 가지므로 매우 큰 위험부담을 가지고 있는 어떤 상품은  $\theta = -risk \rightarrow -(-risk) = +risk$ 가 되어 기대효용도 매우 커지게 된다.

또한 투자자  $I$ 가 가진 위험주의 유동수요량은 제 1계 조건에 의해 아래와 같이 표현된다.

$$x_{i,t} = \frac{E_{i,t}(p_{t+1} + d_{t+1}) - p_t(1+r)}{\theta \sigma_{i,t,p+d}^2}$$

여기서 시장 전체에서 위험주의 공급량  $N$ 이 시장 투자자의 수와 같다고 가정하면 주식시장의 균형은 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^N \frac{E_{i,t}(p_{t+1} + d_{t+1}) - p_t(1+r)}{\theta \sigma_{i,t,p+d}^2} = N \quad (2.2)$$

이러한 주관적인 기댓값이 합리적인 가격이 되기 위해서는 다음기의 시장 가격과 배당금의 객관적인 수학적 기댓값이 주관적 기댓값과 같아지도록 만들어야 하며, 주식시장에는 여러 명의 투자자가 존재하지만, 마치 1명이 있는 것처럼 모두가 같은 성향을 가진다고 가정한다. 이러한 가정을 통해 동등한 투자자의 합리적인 시장균형 조건인 (2.2)식은 다음과 같아진다.

$$\begin{aligned} \frac{E_t(p_{t+1} + d_{t+1}) - p_t(1+r)}{\theta \sigma_{t,p+d}^2} &= 1 \\ \Rightarrow E_t(p_{t+1} + d_{t+1}) &= p_t(1+r) + \theta \sigma_{t,p+d}^2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

즉  $k=1=i$  이므로  $\sum_{i=1}^n k = nk = n$ 이 된다. (2.3)식에서의  $p_t$ 는 시장이 돌아가는 모습과 주식 1종류를 사는 양에 따라 결정되므로 아직 정해지지 않은 값이다.

또한 합리적 기대자들은 다음기의 가격과 배당금의 주관적인 예측에서 다음의 선형법칙을 적용한다.

$$E_t(p_{t+1} + d_{t+1}) = a(p_t + d_t) + b \quad (2.4)$$

선형함수의 상수 :  $a$ ,  $b$ , 배당금의 선형함수 :  $p_t$

다음기 시장가격에 대한 완전예견(Perfect Foresight) :  $P_{t+1}^e = P_{t+1}$

합리적 기대자 (Rational Expectationist) :  $E_t(P_{t+1})$

주관적인 기댓값이 합리적인 가격이 되기 위해서는 (2.5)식을 이용하여 배당금의 선형함수가 가격과 같아지도록 가정한다. 여기서  $f$ 는 우리가 결정해야 할 상수체계이며, (2.1)식과 (2.5)식을 이용해 (2.6)식을 얻을 수 있다.

$$d_t = \bar{d} + \rho(d_{t-1} - \bar{d}) + \epsilon_t \quad (2.1)$$

$$p_t = f \cdot d_t + g \quad (2.5)$$

$$p_{t+1} + d_{t+1} = (1+f)d_{t+1} + g \quad (2.6)$$

$$= (1+f)((1-\rho)\bar{d} + \rho d_t) + g + (1+f)\epsilon_{t+1}$$

(2.6)식에서  $(1+f)((1-\rho)\bar{d} + \rho d_t)$ 를  $a$ 로,  $g + (1+f)\epsilon_{t+1}$ 를  $b\epsilon_{t+1}$ 로 가정하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$P_{t+1} + d_{t+1} = a + b\epsilon_{t+1}$$

또한  $E_t(P_{t+1} + d_{t+1}) = a + bE(\epsilon_{t+1})$ 에서  $bE(\epsilon_{t+1})$ 는 0으로 가정하며,  $V(\epsilon_{t+1})$ 가 백색잡음(White Noise : W.N)이므로  $V_t(P_{t+1} + d_{t+1}) = b^2 V(\epsilon_{t+1})$ 는  $t$ 값에 상관없이  $\epsilon^2$ 가 된다. 또한 (2.6)식은 조건부 식이므로  $t + 1$ 기의 값은 확률변수이며, 나머지 값들은 모두 상수이다.

이제 위의 식을 통해

$$E_t(p_{t+1} + d_{t+1}) = (1+f)[(1-\rho)\bar{d} + \rho d_t] + g \quad (2.7)$$

$$\sigma_{t,p+d}^2 = V_t(p_{t+1} + d_{t+1}) = (1+f)^2 \sigma_\epsilon^2 \quad (2.8)$$

을 구할 수 있다. 이제(2.3)식을 (2.5)식에 대입하면

$$E(p_{t+1} + d_{t+1}) = d_t(1+r)f + (1+r)g + \theta\sigma_{t,p+d}^2 \quad (2.9)$$

를 얻을 수 있다. 그리고 여기서 (2.7)식과 (2.9)식을 비교하면  $f$ 와  $g$  값을 구할 수 있는데, 이 두 방정식은 다음기의 합리적 기댓값을 동일하게 만들 수 있다. 먼저 (2.7)식과 (2.9)식의  $d_t$ 의 계수를 이용하여 아래와 같이  $f$  값을 구할 수 있다.

$$(1+f)\rho = (1+r)f \quad \rightarrow \quad f = \frac{1}{1+r-\rho} \quad (2.10)$$

그리고 (2.7)식과 (2.9)식의 상수항을 이용하면  $g$  값을 구할 수 있다.

$$(1+f)(1-\rho)\bar{d} + g = (1+r)g + \theta\sigma_{t,p+d}^2 \rightarrow g = \frac{(1+f)(1-\rho)\bar{d} - \theta\sigma_{t,p+d}^2}{r} \quad (2.11)$$

또한 (2.5)식을 사용함으로써, (2.4)식의 다음기의 가격과 배당금의 주관적인 기댓값  $E_t(p_{t+1} + d_{t+1})$ 은 선형법칙을 따른다.

$$E_t(p_{t+1} + d_{t+1}) = a(1+f)d_t + ag + b \quad (2.12)$$

마찬가지로 다음기의 합리적인 기댓값을 동일하게 만들 수 있는 (2.7)식과 (2.12)식의 두 방정식을 비교하면  $a$ 와  $b$ 를 찾을 수 있다. 먼저 (2.7)식과 (2.12)식의  $d_t$ 의 계수를 이용하면  $\rho(1+f)d_t = a(1+f)d_t$  이므로  $a$  값을 구할 수 있다.

$$a = \rho \quad (2.13)$$

또한 (2.7)과 (2.12)식의 상수항을 이용하면  $(1+f)(1-\rho)\bar{d} + g = ag + b$ 이므로  $b$  값을 구할 수 있다.

$$b = (1+f)(1-\rho)\bar{d} + (1-a)g \quad (2.14)$$



여기서 조건적인 평균과 분산  $\mu, \sigma_t^2$  값은 평균수익과 위험요소로 사용하고, 무조건적인 평균과 분산  $\mu, \sigma^2$ 은 장기적인 평균과 변동성으로 반영된다. 조건  $t$ 의 유무에 따라 아래의 (2.15), (2.16), (2.17)식과 같이 매우 다른  $\mu, \sigma_t^2$  값이 도출되므로 이를 구별하여 계산하는 것이 중요하다.

(2.1)식으로부터 도출.

$$\text{conditional} : \mu_{t,d} = \bar{d} + \rho(d_t - \bar{d}), \quad \sigma_{t,d}^2 = \sigma_\varepsilon^2 \quad (2.15)$$

$$\text{unconditional} : \mu_d = \bar{d}, \quad \sigma_d^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \rho^2}$$

(2.5)식으로부터 도출.

$$\text{conditional} : \mu_{t,p} = f\mu_{t,d} + g, \quad \sigma_{t,p}^2 = f^2\sigma_\varepsilon^2 \quad (2.16)$$

$$\text{unconditional} : \mu_p = f\mu_d + g, \quad \sigma_p^2 = f^2\sigma_d^2$$

(2.6)식으로부터 도출.

$$\text{conditional} : \mu_{t,p+d} = (1+f)\mu_{t,d} + g, \quad \sigma_{t,p+d}^2 = (1+f)^2\sigma_\varepsilon^2 \quad (2.17)$$

$$\text{unconditional} : \mu_{p+d} = (1+f)\mu_d + g, \quad \sigma_{p+d}^2 = (1+f)^2\sigma_d^2$$

### III. 주식시장의 중도모형과 국면전환 분석방법

#### 1. 국면전환 모형

##### (1) STAR 모형

평활전이자기회귀(Smooth Transition Autoregressive : STAR)모형은 TAR에서의 지시함수  $I$ 를 평활함수(smooth function)으로 사용하였으며, TAR모형과 마코프 모형에서의 급격하고 가파른 국면전환에 비해 매 부드러운 영역이동을 가능하게 한다.

STAR모형은 SETAR모형에서의 지시함수  $I$ 를 대신하여 연속함수(continuous function)인

$G(y_{t-1}; \gamma, c)$  함수를 사용하며, 이는 0과 1사이의 값을 가진다.

$$y_t = (\phi_{0,1} + \phi_{1,1}y_{t-1})(1 - G(y_{t-1}; \gamma, c)) + (\phi_{0,2} + \phi_{1,2}y_{t-1})G(y_{t-1}; \gamma, c) + \varepsilon_t \quad (3.1.7)$$

여기서  $G(y_{t-1}; \gamma, c)$ 는 평균으로의 회귀의 정도를 결정하는 전이함수(Transition function)로 평균으로의 회귀의 속도를 결정하는 모수  $\gamma$ 와  $y_t$ 의 균형수준으로 볼 수 있는 모수  $c$ 로 구성된다.

STAR모형은 이러한 전이함수(Transition function)  $G(y_{t-1}; \gamma, c)$ 를 어떻게 설정하는지에 따라 로지스틱 평활전이자기회귀(Logistic STAR : LSTAR)모형과 지수 평활전이자기회귀(Exponential STAR : ESTAR)모형으로 구분된다.

로지스틱함수(Logistic function)

$$G(y_{t-1}; \gamma, c) = \frac{1}{1 + \exp(-\gamma(y_{t-1} - c))}, \quad \gamma > 0 \quad (3.1.8)$$

지수함수(Exponential function)

$$G(y_{t-1}; \gamma, c) = 1 - \exp[-\gamma(y_{t-1} - c)^2] \quad \gamma > 0$$

로지스틱함수와 지수함수의 두 전이함수는 한 국면에서 다른 한 국면으로 변수  $y_t$ 의 평활 전이를 가능하게 한다. 전이함수  $G(y_{t-1}; \gamma, c)$ 는 두개의 모수  $\gamma, c$ 로 이루어졌는데,  $\gamma$ 는 영역변동의 속도를 조절하는 조정(adjustment)모수로서 이 값이 클수록 전이함수의 기울기가 더욱 가파르게 되고 편차  $y_{t-1} - c$ 에 반응하는 영역이동의 속도도 빠를 것이다. 또한  $c$ 는 임계치(또는 위치모수)로서 두 영역간의 중간점을 뜻한다.

LSTAR모형에서  $\gamma = 0$  또는  $y_{t-1} = c$ 일 때  $G(y_{t-1}; \gamma, c) = \frac{1}{2}$ 이며,  $\gamma = \infty$ 일 때,  $y_{t-1} < c$ 이면  $G(y_{t-1}; \gamma, c) = 0$ 이고,  $y_{t-1} > c$ 이면  $G(y_{t-1}; \gamma, c) = 1$ 인 Heaviside<sup>4)</sup> 함수가 된다. 이때 LSTAR모형이 TAR모형이 된다. 또한 로지스틱 함수의 형태는  $y_{t-1}$ 의 값에 따라 단조 증가하므로 LSTAR모형은 2개의 극단적인 국면인 상층국면(upper regime)과 하

4) 헤비사이드(1850~1925) : 영국의 물리학자이며 전기 공학자이다.

층국면(lower regime)을 가진다.

ESTAR모형에서  $\gamma = 0$  또는  $y_{t-1} = c$ 일 때  $G(y_{t-1}; \gamma, c) = 0$ 이며,  $\gamma = \infty$ 일 때,  $y_{t-1} \neq c$ 이면  $G(y_{t-1}; \gamma, c) = 1$ 이 된다. 지수함수의 형태는 중간점  $c$ 를 중심으로 대칭이며, ESTAR모형은 전이변수의 증가에 따라 두 개의 바깥국면(outer regimes)과 중간국면(mid regime)의 극단적인 3개의 영역을 가진다.

국면의 전환이 급격히 일어나는 TAR모형과 달리 LSTAR, ESTAR 모형에서는 국면의 변화가 점진적으로 일어나며, 여기에 충격에 대한 비대칭적 반응까지 고려하려면 LSTAR모형을 분석도구로 사용하는 것이 좋다.

본 연구에서도 LSTAR모형을 사용하여 전이함수에 중도(中道)라는 새로운 개념을 도입한 중도비중함수

$$G(y_{t-1}; \gamma, c) = \frac{1}{1 + \gamma(c - y_{t-1})^2}$$

를 이용하여 주식시장의 중도 국면전환 모형을 설명하고 이에 대한 실증분석을 전개해 나갈 것이다.

## 2. 주식시장의 중도 국면전환 모형

본 장에서는 근본주의와 기술주의 투자자들의 투자 형태가 어떻게 변화해 가는지 살펴봄으로서 미래 주식가격의 변동방향을 예측한다. 이를 위해 모의실험을 통해 근본주의자와 기술주의자들이 서로 균형가격을 찾아가는 과정과 예측 가중치의 변화과정을 살펴봄, 미래 주식가격이 균형 가격을 찾아 수렴해가는 과정을 설명한다.

기술주의적 예측의 가중치를 중도비중(Middle Way Ratio : MWR)  $w_t$ 라고 하며, 여기에 주식가격이 균형과 가까울 때에는 기술주의자의 예측가중치가 높아지고, 균형으로부터 멀리 떨어져 있을 때에는 근본주의자의 예측 가중치가 높아진다는 이론<sup>5)</sup>을 적용한다.

$$w_t = \frac{1}{1 + \varphi(\mu_{p+d} - p_{t-1} - d_t)^2}, \varphi > 0$$

5) Paul De Grauwe, Hans Dewachter And Mark Embrechts(1993), Exchange Rate Theory.

이때 근본주의자에 대한 기술주의자의 상대적 비율은 주식가격과 장기균형의 거리와 중도 계수  $\varphi$ 의 크기가 커질수록 더욱 작아진다는 것을 알 수 있다.

## (1) 근본주의와 기술주의 분석

### 1) 근본주의에 의한 주식가격 예측

근본주의자(Fundamentalist)는 주식가격이 장기적인 균형 가격에서 벗어났을 때, 다시 장기적인 균형가격을 찾아 이동할 것이라고 가정한다. 그러므로 주식가격이 균형가격보다 더 높은 값을 가지면 미래 주식가격이 점점 하락할 것이라고 예측하며, 반대로 균형가격보다 더 낮은 값을 가지면 미래 주식가격이 점점 상승할 것이라고 예측한다. 따라서 근본주의자의 주식가격 예측에 관한 식(Fundamentalist Expectation : FE)은 다음과 같다.

$$FE_{t,p+q} = p_{t-1} + d_t + \gamma_{FE}(\mu_{p+d} - p_{t-1} - d_t) \quad (3.2.1)$$

이때에  $FE_{t,p+d}$ 는 근본주의자들이 예측하는 다음기의 가격과 배당금의 기댓값이며, 과거의 가격과 현재의 배당금은 이미 주어져 있다.  $FE_{t,p+d}$ 의 무조건적인 평균값  $\mu_{p+q}$ 은 가격과 배당금의 장기적 균형가격이 되고, 예측조정계수  $\gamma_{FE}$ 는 근본주의자의 주식가격 예측에서 균형가격과의 차이에 대한 민감도를 나타낸다.

이처럼 장기적인 균형가격을 이용하여 미래 주식가격의 변화를 예측하기 위해서는 주식시장의 분석모형에 포함되어 있는 정보를 이용하는 것은 물론이고, 각종 경제변수들을 정확히 파악하는 것도 매우 중요하다.

### 2) 기술주의에 의한 주식가격 예측

기술주의자(Technicalist)는 경제적인 기본원칙과 주식시장의 분석모형에 관한 정보를 이용하는 근본주의자들과는 달리, 자기회귀(AR)분석방법을 사용하여 과거의 주식가격 자료를 이용해 미래 주식가격의 변화를 예측한다. 기술주의자의 주식가격 예측에 관한 식(Technicalist Expectation : TE)은 다음과 같다.

$$TE_{t,p+q} = f(p_{t-1} + d_t, p_{t-2} + d_{t-1}, \dots, p_{t-T} + d_{t-T+1})$$

$t$ 기에서는 과거의 시계열자료인  $p_{t-1}$ 의 값만 알 수 있고, 이때의 배당금은  $d_t$ 이다.

보통 과거의 주식가격들의 함수  $f$ 는 선형함수이며, 이는 과거 주식가격들의 가중 평균을 의미한다. 기술주의자의 예측모형은 평균에 사용되는 가중치의 결정 방법에 따라 이동평균 모형(Moving Average : MA), 운동량 모형(Momentum Model : MM), 필터 모형(Filter Rule Model : FR)으로 나뉘는데, 본 논문에서는 이동평균모형(MA)에 주목하여 분석하도록 한다.

이동평균 모형은 과거 주식가격의 단기 이동평균(Short run Moving Average : SMA)과 장기 이동평균(Long run Moving Average : LMA)의 비교를 통해 미래 주식가격의 변화를 예측한다. 기술주의자는 단기이동평균 값이 장기이동평균의 값보다 더 높을 때에는 주식가격이 상승할 것이라고 예측하며, 반대로 더 낮을 때에는 주식가격이 하락할 것이라고 예측한다. 이때에 다음 기의 주식가격은 과거의 주식가격들에 가중치  $\gamma_{TE}$ 를 적용한 가중 평균을 이용해 예측할 수 있다.

$$TE_{t,p+q} = p_{t-1} + d_t + \gamma_{TE}(SMA(\tau_s) - LMA(\tau_L)) \quad (3.2.2)$$

즉 예측조정계수  $\gamma_{TE}$ 는 기술주의자의 주식가격 예측에서 이동평균의 차에 대한 민감도를 나타내며,  $SMA(\tau_s)$ 와  $LMA(\tau_L)$ 는 각각 단기간( $\tau_s$ )과 장기간( $\tau_L$ ) 동안의 가격과 배당금의 기간 이동평균을 나타낸다.

$$SMA(\tau_s) = \frac{1}{\tau_s} \sum_{i=1}^{\tau_s} (p_{t-i} + d_{t-i+1})$$

$$LMA(\tau_L) = \frac{1}{\tau_L} \sum_{i=1}^{\tau_L} (p_{t-i} + d_{t-i+1})$$

## (2) 중도주의적 분석

이제까지 살펴본 근본주의와 기술주의적인 미래 주식가격의 예측 모형을 토대로, 근본주의자와 기술주의자들의 결합 모형인 중도주의적 주식가격 예측 방법(Middle Way Expectation of Stock Price)을 통해 가격과 배당금을 예측할 수 있다.

$$MW_{t,p+d} = \omega_t TE_{t,p+d} + (1 - \omega_t) FE_{t,p+d} \quad (3.2.3)$$

기술주의자들은 주식가격이 상승할 때에는 더 큰 폭의 가격상승을 예측하고 상품을 매입

하여 주식가격의 지속적인 추가 상승을 일으키고, 하락할 때에는 상품을 매도하여 지속적인 추가 하락을 일으킨다. 그러므로 기술주의적 예측의  $t$ 기 비중  $\omega_t$ 은 중도적 방법비율(Middle Way Ratio : MWR)로 불리면서 양(+)의 피드백 역할을 하며, 주식가격변화에 역동성과 불안정성을 부여한다. 이와 반대로 근본주의자들은 주식가격은 시간이 지날수록 균형가격을 찾아 움직인다고 예측하므로 주식가격의 추가 상승(or 하락)에 제동을 걸어 주식가격의 하락(or 상승)에 기여한다. 그러므로 근본주의적 예측의  $t$ 기 비중  $1 - \omega_t$ 은 음(-)의 피드백 역할을 하며, 주식가격의 변화에 정태성과 안정성을 부여한다. 이와 같은 상반된 두 가지 힘이 모여 다양한 주식가격의 변동 양상을 만들어 낼 수 있으며, 이러한 중도적 주식가격 변화 체계가 어떤 양상을 띠게 될 것인지는 두 가지 비중  $\omega_t, 1 - \omega_t$ 에 의존한다.

시간이 흘러도  $\omega_t, 1 - \omega_t$ 가 변함없이 일정한 경우도 있지만, 일반적으로는 시장의 상태와 여건에 따라 매우 복잡한 상호 작용을 하며 변화한다. 이때, 균형으로부터 멀 때에는 근본주의적 예측의 비중이, 균형과 가까울 때에는 기술주의적 예측의 비중이 높아진다고 보며, 중도비중  $\omega_t$ 는 시간의 흐름에 따라 다음과 같이 변화한다.

$$\omega_t = \frac{1}{1 + \varphi(\mu_{p+d} - p_{t-1} - d_t)^2}, \varphi > 0 \quad (3.2.4)$$

중도계수(Middle Way Coefficient : MWC)  $\varphi$ 는 주식가격 예측 값이 균형 값에서 벗어났을 때 중도적 방법비율  $\omega_t$ 을 얼마나 빨리 변화시키는지에 대한 민감도의 임계값을 의미한다. 가격과 배당금은 중도적 비중  $\omega_t$ 의 무조건적인 평균값보다 더 큰 값을 가지면 감소하는데, 이는 곧 기술주의자들의 예측 가중치  $\omega_t$ 를 감소시키고, 근본주의자들의 예측 가중치  $1 - \omega_t$ 를 증가시키는 결과를 가져온다.

근본주의자에 대한 기술주의자의 상대적인 비율은 주식가격의 장기 균형으로부터의 격차와 중도계수  $\varphi$ 가 커질수록 더욱 감소한다. 합리적인 설명을 위해 근본주의자들이 예측하는 주식의 장기균형가격 예측 값은 서로 이질적이며, 모형에 의해 계산된 이론적인 장기균형 가격을 평균으로 하는 정규분포를 따른다고 가정한다. 따라서 이론적 장기균형 가격보다 주식의 장기균형가격 예측 값이 더욱 높은 과대평가자들과 더 낮은 과소평가자들의 비중이 같아 근본주의자들의 예측 값은 평균적으로 이론적 장기균형 가격과 같아진다.

최근의 주식가격이 장기균형 가격과 같을 때에, 과대평가자들은 주식가격이 저평가되었으므로 앞으로 상승할 것이라고 예측하여 주식을 매입하고, 과소평가자들은 고평가되어 앞으로

하락할 것이라고 예측하여 주식을 매도한다. 이때에 과대평가자들과 과소평가자들의 비중이 같으므로, 최근의 주시가격과 장기균형 가격이 서로 같을 때에는 근본주의자들의 매입과 매수가 서로 상쇄되어 시장에서의 그들의 역할은 0%가 되고, 결국 기술주의자들의 시장에서의 역할은 100%( $\omega_t = 1$ )가 된다.

반면 최근의 주시가격이 장기균형보다 낮을 때에도 과대평가자들은 주시가격이 저평가되었으므로 앞으로 더욱 상승할 것이라고 예측하여 주식을 매입하고, 과소평가의 정도가 매우 큰 과소평가자들 중에서 근본주의자들은 주시가격이 고평가 되었다고 예측하여 주식을 매도한다. 그런데 과소평가의 정도가 작은 과소평가자들 중에서 근본주의자들은 오히려 최근의 주시가격이 장기보다 저평가되어 주시가격이 상승할 것이라고 예측하여 주식을 매입한다. 이는 근본주의자들이 예측한 장기균형 주시가격과 모형에 의해 계산된 이론적 장기균형 값의 차가 작을수록, 즉 계수  $\varphi$ 에 의해 표현된 장기예측의 정확도가 증가할수록 순 매입자로서의 근본주의자들의 역할이 증가한다. [그림 2]를 예로 들면 예측의 정확도가 작고 분산이 큰  $\varphi = 1000$  보다 예측의 정확도가 크고 분산이 작은  $\varphi = 5000$ 에서 근본주의자들의 역할이 더 커진다.

다시 말해서 주식의 장기 균형가격 예측 값이 서로 다른 이질적 근본주의자들을 가정하면, 장기균형으로부터의 격차와 근본주의자들의 장기 예측의 정확도인 계수  $\varphi$ 가 클수록 근본주의자들의 상대적 비중은 증가하고 기술주의자의 상대적 비율은 감소한다.

현재 주식시장의 주시가격 추정을 간단히 하기 위해 단 한명의 투자자에 의한 중도주의적방법에 측을 가정하고 시장의 균형조건 조건 (2.2)식을 이용한다. 즉 
$$\frac{E_t(p_{t+1} + d_t) - p_t(1+r)}{\theta\sigma_{t,p+d}^2} = N$$
에 가중치를 주고 전체를 1로 보아 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{MW_{t,p+q} - p_t(1+r)}{\theta\sigma_{t,p+d}^2} = 1 \tag{3.2.5}$$

여기서 중도적 기대  $MW_{t,p+q}$ 는 과거값  $p_{t-1} \dots d_t$ 를 통해 예측한 현재의 주시가격이며, 시장 균형조건 (3.2.5)를 통해 주식의 현재가격  $P_t$ 을 구할 수 있다.

$$P_t = \frac{MW_{t,p+q} - \theta\sigma_{t,p+d}^2}{(1+r)} \tag{3.2.6}$$

(3) 중도 국면전환의 실증적 추정모형

앞서 설명했듯이 주식의 현재가격은 다음방정식에 의해서 결정된다.

$$P_t = \frac{MW_{t,p+d} - \theta\sigma_{t,p+d}^2}{1+r} \tag{3.2.6}$$

여기서

$$MW_{t,p+d} = \omega_t TE_{t,p+d} + (1 - \omega_t) FE_{t,p+d} \tag{3.2.3}$$

$$TE_{t,p+d} = P_{t-1} + d_t + \gamma_{TE}(SMA(\tau_s) - LMA(\tau_t)) \tag{3.2.2}$$

$$FE_{t,p+d} = P_{t-1} + d_t + \gamma_{FE}(\mu_{p+d} - p_{t-1} - d_t) \tag{3.2.1}$$

$$SMA(\tau_s) = \frac{1}{\tau_s} \sum_{i=1}^{\tau_s} (p_{t-i} + d_{t-i+1}), \quad LMA(\tau_L) = \frac{1}{\tau_L} \sum_{i=1}^{\tau_L} (p_{t-i} + d_{t-i+1})$$

$$\omega_t = \frac{1}{1 + \varphi(\mu_{p+d} - p_{t-1} - d_t)^2}, \quad \varphi > 0 \tag{3.2.4}$$

이고, 단기이동평균과 장기이동평균 값을 구하기 위한 기간은 각각  $\tau_s = 1$ ,  $\tau_L = 2$ 로 주었다. 초기 값으로 설정된 100기 이후의 배당금은 아래의 기본 수식에 의해 생성된다.

$$d_t = \bar{d} + \rho(d_{t-1} - \bar{d}) + \epsilon_t \quad \epsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \tag{2.1}$$

본 연구에서는 일별자료를 다루고 있으므로 다음과 같이  $d_t = \bar{d}$ ,  $r = 0$ ,  $\sigma_{t,p+d}^2 = \sigma_p^2$ 으로 가정한다. 그러면 위의  $P_t$ 를 결정하는 수식은 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$P_t = \omega_t(p_{t-1} + \bar{d} + \gamma_{TE}(SMA(\tau_s) - LMA(\tau_L))) + (1 - \omega_t)(p_{t-1} + \bar{d} + \gamma_{FE}(\mu_P - p_{t-1})) - \theta\sigma_P^2$$

$$= \bar{d} - \theta\sigma_P^2 + p_{t-1} + \omega_t\gamma_{TE}(SMA(\tau_s) - LMA(\tau_L)) + (1 - \omega_t)\gamma_{FE}(\mu_P - p_{t-1})$$

수식을 더욱 간단히 하기 위해 백색잡음(WN)을 더하여 상수항을  $A = \bar{d} - \theta\sigma_P^2$ 로 두면, 추정모형은 국면전환모형인 중도적STAR모형(MWSTAR)이 된다.



$$p_t = A + p_{t-1} + w_t \gamma_{TE} (SMA(\tau_S) - LMA(\tau_L)) + (1 - w_t) \gamma_{FE} (\mu_P - p_{t-1}) + \epsilon_t \quad (3.2.7)$$

여기서

$$\begin{aligned} \epsilon_t &\sim WN(0, \sigma^2) \\ SMA(\tau_S) &= \frac{1}{\tau_S} \sum_{i=1}^{\tau_S} p_{t-i} \\ LMA(\tau_L) &= \frac{1}{\tau_L} \sum_{i=1}^{\tau_L} p_{t-i} \\ w_t &= \frac{1}{1 + \varphi(\mu_p - p_{t-1})^2}, \varphi > 0 \end{aligned}$$

이며,  $w_t$ 는 중도비중으로서 기술주의자들이 근본주의자들에 비해 시장에 참여하는 비중을 나타내고 있다.

### 3. 실증분석방법

#### (1) STAR 모형의 추정

STAR모형의 추정을 위해 선형모형에서 사용하는 보통최소제곱법<sup>6)</sup>(Method of Ordinary Least Squares : OLS)을 간단히 응용한 비선형최소제곱법(Nonlinear Least Squares method : NLS)을 사용하는데, 이는 다음과 같이 STAR 모형의 변수 추정에 이용된다.

$$\begin{aligned} y_t &= (\phi_{0,1} + \phi_{1,1}y_{t-1} + \dots + \phi_{p,1}y_{t-p1})(1 - G(y_{t-1}; \gamma, c)) \\ &\quad + (\phi_{0,2} + \phi_{1,2}y_{t-1} + \dots + \phi_{p,2}y_{t-p2})G(y_{t-1}; \gamma, c) + \epsilon_t \end{aligned}$$

이때 추정된 회귀식은  $F(x_t; \theta) \equiv \phi'_1 x_t (1 - G(y_{t-1}; \gamma, c)) + \phi'_2 x_t G(y_{t-1}; \gamma, c)$  로 간

6) 이는 추정치의 불편성(Unbiasedness)과 효율성(Efficiency)을 만족시키고 최우수 선형불편추정량(Best Linear Unbiased Estimator : BLUE)을 얻는 과정이다.

단히 할 수 있으며, 위의 식은 간단히

$$y_t - F(x_t; \theta) = \varepsilon_t$$

로 나타낼 수 있다. 이때의 변수  $\theta = (\phi'_1, \phi'_2, \gamma, c)'$  는 다음과 같이 추정하며, 이를 통해 잔차  $\varepsilon_t$ 의 제곱의 합을 최소화한다.

$$\theta \equiv \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} Q_n(\theta) = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} \sum_{t=1}^n [y_t - F(x_t; \theta)]^2 \quad (3.3.1)$$

오류  $\varepsilon_t$ 가 정규분포한다는 가정 하에서 비선형최소제곱법은 최우추정법(Maximum Likelihood Estimation : MLE)<sup>7)</sup>과 같아지며, 정규분포하지 않는 경우의 비선형최소제곱법의 추정은 준최우추정(QMLE)으로 설명될 수 있다. White and Domowitz, 1984; Gallant, 1987; Potscher and Prucha, 1997, among others에서 논의된 명확한 정기 조건 하에서, 비선형최소제곱법의 추정 값은

$$\sqrt{T}(\hat{\theta} - \theta_0) \rightarrow N(0, C) \quad (3.3.2)$$

와 같이 연속적이며, 점근적인 정규분포 값을 가진다. 여기서  $\theta_0$ 은 실질한도가치를 의미한다.

비선형최소제곱(NLS) 과정에서는 변수의 적절한 초기 값(Starting values)을 정하는 것이 매우 중요하다. 여기서 자기회귀적인 변수  $\phi_1$ 과  $\phi_2$ 를 간단히  $\phi' = (\phi'_1, \phi'_2)'$ 로 가정하면 다음과 같다.

$$F(x_t; \theta) = \phi' x_t (\gamma, c)$$

여기서  $\gamma$ 과  $c$ 의 값에 변수로 하는 전이함수인 G함수를 사용하면

7) 비선형모형에서 불편성과 효율성을 만족시키는 방법으로 주어진 데이터의 발생가능성을 가장 크게 하는 모수(Parameter)를 찾아내는 방법이다. 이는 전체모집단이 어떤 종류의 확률 분포를 하는지 알고 있을 때, 실제 관찰된 데이터의 발생확률이 가장 큰 모수를 추정하는 것이다.

$$x_t(\gamma, c) \equiv (x_t'(1 - G(y_{t-1}; \gamma, c)), x_t'G(y_{t-1}; \gamma, c)')$$

SETAR모형을 STAR모형과 유사한 형태로 만들 수 있다. 여기서 중도비중  $\varphi$ 의 값을 고정 하면, 비선형최소제곱(NLS)이 선형의 보통최소제곱(OLS)이 된다.

$$\hat{\phi}(\gamma, c) = \left( \sum_{t=1}^n x_t(\gamma, c)x_t(\gamma, c)' \right)^{-1} \left( \sum_{t=1}^n x_t(\gamma, c)y_t \right) \quad (3.3.3)$$

여기서  $\phi(\gamma, c)$ 는  $\gamma$ 과  $c$ 의 제약 하의  $\phi$  값의 추정 값이며, OLS 추정 결과 나오는 잔차 값  $\hat{\varepsilon}_t = y_t - \hat{\phi}(\gamma, c)'x_t(\gamma, c)$ 은 관련변수

$$\hat{\sigma}^2 = n^{-1} \sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t^2 y_t - \hat{\phi}(\gamma, c)'x_t(\gamma, c)$$

을 이용하여 계산 할 수 있다. 비선형 최적화 알고리즘에서 합리적인 초기 값을 찾는 편리한 방법은  $\gamma$ 과  $c$ 의 2차원의 그래프를 만들고 그 값들 중 잔차 분산  $\hat{\sigma}^2(\gamma, c)$ 을 가장 작게 만드는 변수를 추정하는 것이다.

## (2) MWSTAR모형의 추정

(3.2.7)식의 MWSTAR의 추정모형을 다음과 같이 나타내자.

$$\Delta p_t = F(x_t; \theta) + \varepsilon_t$$

여기서

$$x_t = (p_{t-1}, p_{t-2}, \dots, p_{t-\tau_L})$$

$$\theta = (A, \gamma_{TE}, \gamma_{FE}, \varphi)$$

T의 주식 시계열이 주어지면, 먼저 이들의 평균  $\mu_p$ 의 의미를 계산한다. 그리고 SMA와 LMA의 다양한 시간대에  $\tau_S, \tau_L$ 에 대해서 비선형최소제곱(NLS)을 이용하여 나머지 모수들

$\theta = (A, \gamma_{TE}, \gamma_{FE}, \varphi)$  를 추정한다.

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmin} \sum_{t=1}^T (\Delta p_t - F(x_t; \theta))^2$$

이러한 비선형최소제곱(NLS)추정은 오차항  $\varepsilon_t$ 가 정규분포를 한다는 추가가정하에서 최우 추정(MLE)과 동일하다. 다양한 SMA와 LMA의 기간 설정  $\tau_S, \tau_L$ 에 대해  $\theta = (A, \gamma_{TE}, \gamma_{FE}, \varphi)$  를 추정하여 이들 중 잔차 SSE가 최소가 되는  $(\hat{\tau}_S, \hat{\tau}_L)$ 를 선택한다.

$$SSE = \sum_{t=1}^T (\Delta p_t - F(x_t; \hat{\theta}))^2$$

NLS추정을 찾는 연산에서 변수의 초기값을 정하는 것이 중요하다. 중도비중  $\varphi$ 의 값을 고정시키면 비선형최소제곱(NLS)이 보통최소제곱(OLS)가 되는 것이다.

$$\nabla p_t = A + \gamma_{TE} \tilde{p}_{1,t-1}(\varphi) + \gamma_{FE} \tilde{p}_{2,t-1}(\varphi) + \epsilon_t \tag{3.3.4}$$

여기서

$$\tilde{p}_{1,t-1}(\varphi) = \omega_t (SMA(\tau_S) - LMA(\tau_L))$$

$$\tilde{p}_{2,t-1}(\varphi) = (1 - \omega_t)(\mu_p - p_{t-1})$$

(3.3.4)식에 OLS를 적용함으로써 우리는 모수에 대한 추정  $\hat{A}(\varphi), \hat{\gamma}_{TE}(\varphi), \hat{\gamma}_{FE}(\varphi)$ 을 얻을 수 있고, 이들로부터 잔차제곱의 합인  $SSE(\varphi)$ 를 얻을 수 있다. 중도비중  $\varphi_0$ 들 중 이  $SSE(\varphi)$ 를 최소화하는  $\varphi_0$ 를 선택함으로써 다음과 같은 비선형최소제곱(NLS)의 모수에 대한 초기값을 만들 수 있다.

$$\theta_0 = (\hat{A}(\varphi_0), \hat{\gamma}_{TE}(\varphi_0), \hat{\gamma}_{FE}(\varphi_0), \varphi_0)$$

이들 초기값을 이용하여 NLS를 계산함으로써 모수에 대한 추정을 한다.

### (3) MWSTAR모형의 검증

라그랑지 승수<sup>8)</sup>(Lagrange Multiplier method : LM)테스트를 비선형에 적용할 수 있도록 수정하면 다음과 같은 MWSTAR에 대해서도 검증할 수 있다.

$$\begin{aligned} \nabla p_t &= A + \gamma_{FE}(\mu_p - p_{t-1}) & (3.3.5) \\ &+ [\gamma_{TE}(SMA(\tau_S) - LMA(\tau_L)) - \gamma_{FE}(\mu_p - p_{t-1})]\omega_t + \epsilon_t \\ &= \alpha_0 + \alpha_1 p_{t-1} + \alpha_1 x_t \omega_t + \epsilon_t \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} x_t &= (p_{t-1}, p_{t-2}, \dots, p_{t-\tau_L}) \\ \alpha_0 &= A + \gamma_{FE} \mu_p \\ \alpha_1 &= -\gamma_{FE} \\ \alpha_2 x_t &= \alpha_{21} p_{t-1} + \alpha_{22} p_{t-2} + \dots + \alpha_{2\tau_L} p_{t-\tau_L} \\ &= \gamma_{TE}(SMA(\tau_S) - LMA(\tau_L)) - \gamma_{FE}(\mu_p - p_{t-1}) \\ \omega_t &= \frac{1}{1 + \varphi(\mu_p - p_{t-1})^2}, \varphi > 0 \\ \epsilon_t &\sim WN(0, \sigma^2) \end{aligned}$$

만약  $\varphi = 0$  이면, MWSTAR 모형은  $\omega_t = 1$  이 되어 선형이 된다. 이런 이유로 선형적이라는 귀무가설( $H_0$ )는  $\varphi = 0$  와 일치한다.  $\varphi = 0$  근방에서 테일러 전개식<sup>9)</sup>을 1계까지 계산하여  $\omega_t(\varphi)$ 를 근사화하기 위해 우선 1차 미분을 구하면 다음과 같다.

8) 제약이 있는 최적화 문제에서 목적함수에 제약조건을 포함시킨 Lagrange 함수를 만든 후, 제약이 없는 최적화 문제로 변환하여 푼다.

9) 테일러 급수(Taylor series)는 미적분학에서, 미분 가능한 어떤 함수를 다항식의 형태로 근사하는 방법이다.

$$\frac{\partial \omega_t(\varphi)}{\partial \varphi} = \frac{-(\mu_p - p_{t-1})^2}{[1 + \varphi(\mu_p - p_{t-1})^2]^2}$$

$\varphi = 0$ 에서 이 편도함수는  $-(\mu_p - p_{t-1})^2$ 가 되므로,  $\omega_t(\varphi)$ 의 테일러 근사값은  $\varphi = 0$ 에서 다음과 같다.

$$\omega_t(\varphi) = 1 - (\mu_p - p_{t-1})^2 \varphi$$

(3.3.5)식에 이 근사값을 대입함으로써, 다음과 같은 검증모형을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \nabla p_t &= \alpha_0 + \alpha_1 p_{t-1} + \alpha_2 x_t (1 - (\mu_p - p_{t-1})^2 \varphi) + \epsilon_t \\ &= \beta_0 + \beta_1 x_t + \beta_2 x_t p_{t-1} + \beta_3 x_t p^{2t-1} + \epsilon_t \end{aligned} \quad (3.3.6)$$

여기서

$$\beta_i = (\beta_{i1}, \beta_{i2}, \dots, \beta_{i\tau_L}), \quad i = 1, 2, 3$$

$$x_t = (p_{t-1}, p_{t-2}, \dots, p_{t-\tau_L})$$

이제  $\varphi = 0$ 와 동등한 선형성 귀무가설은 아래와 같이 요약될 수 있다.

$$H_0: \beta_i = (\beta_{i1}, \beta_{i2}, \dots, \beta_{i\tau_L}) = 0, \quad i = 2, 3$$

이러한 관측값을 바탕으로 한 검증통계량의 F-version은 다음과 같이 계산되어질 수 있다.

i) 선형의 귀무가설  $H_0$ 의 하에서 (3.3.6)식을 추정한다. 그 잔차  $\hat{\epsilon}_t^2$ 와 잔차제곱의 합인

$$SSE_0 = \sum_{t=1}^T \hat{\epsilon}_t^2 \text{를 계산한다.}$$

ii)  $\nabla p_t$  대신에 잔차  $\hat{\epsilon}_t$ 를 (3.3.6)식에서와 같이 동일한 독립변수에 대해 회귀하여 그 잔차의 제곱  $SSE_1$ 을 계산한다.

iii) LM검정통계량

$$LM = \frac{(SSE_0 - SSE_1)/2\tau_L}{SSE_1/(T - 3\tau_L - 1)} \quad (3.3.7)$$

은 귀무가설  $H_0$  하에서 대략적으로 자유도  $(2\tau_L, T - 3\tau_L - 1)$ 인  $F$ 분포를 한다.

## IV. 중도 국면전환모형에 의한 실증분석

### 1. 모의실험의 데이터를 이용한 검증

#### (1) 모의실험의 파라미터 설정

모의실험에서 각 예측모형들은 분석모형을 구성하는 경제변수 값과 다음의 조건들을 비교하여 주가가격의 변화를 분석한다. 또한 중도비중을 통해 근본주의자와 기술주의자의 역할이 어떤 관계를 가지면서 상호작용하는지 알아본다. 이때 괄호 안에는 Mathematica 프로그램에서 사용하는 변수의 용어를 정의하였다.

$$\begin{aligned} \bar{p} &= 1800.0 \text{ (meanPrice)}, \sigma_p^2 = 30.0 \text{ (errorPriceConditional)}, \\ \tau_S &= 1 \text{ (tauSMA)}, \tau_L = 2 \text{ (tauLMA)}, \\ \gamma_{TE} &= 1.0 \text{ (gammaTechnicalMV)}, \gamma_{FE} = 0.1 \text{ (gammaFundamentalLR)}, \\ \varphi &= 0.1 \text{ (degreeMWP)}, \text{초기값} = 100 \text{ (initialN)}, \\ \text{기간} &= 2000 \text{ (iterationN)} \end{aligned}$$

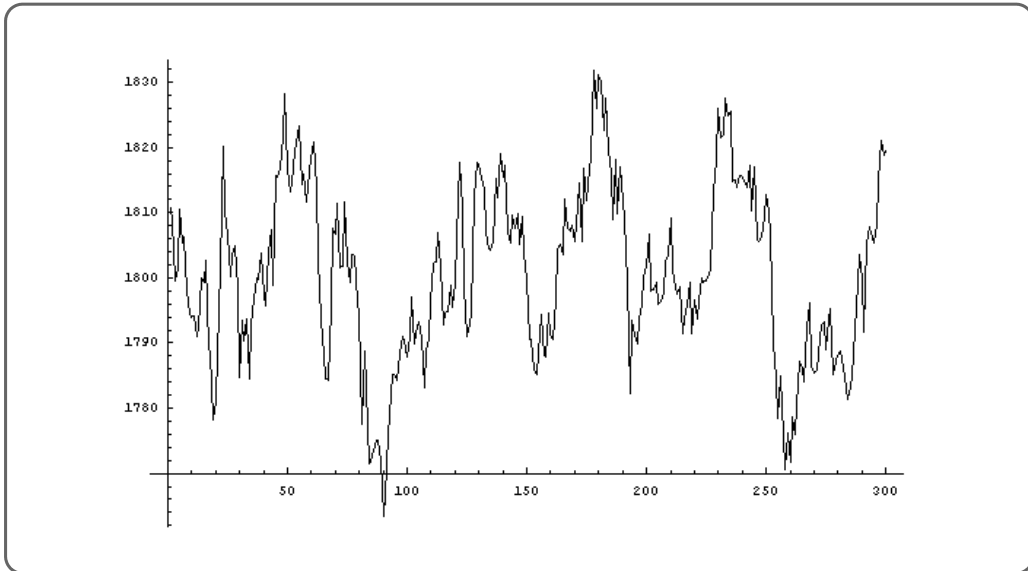
각각의 모의실험은 2,000기간 동안 수행하였으며, 초기 값인 100기간 이전에는 무작위로 추출된 값을 사용하였고 그 이후에는 모형에 사용된 수식을 적용하여 예측모형들의 변화를 관찰하였다.

#### (2) 주가가격과 중도비중의 변화와 모의실험

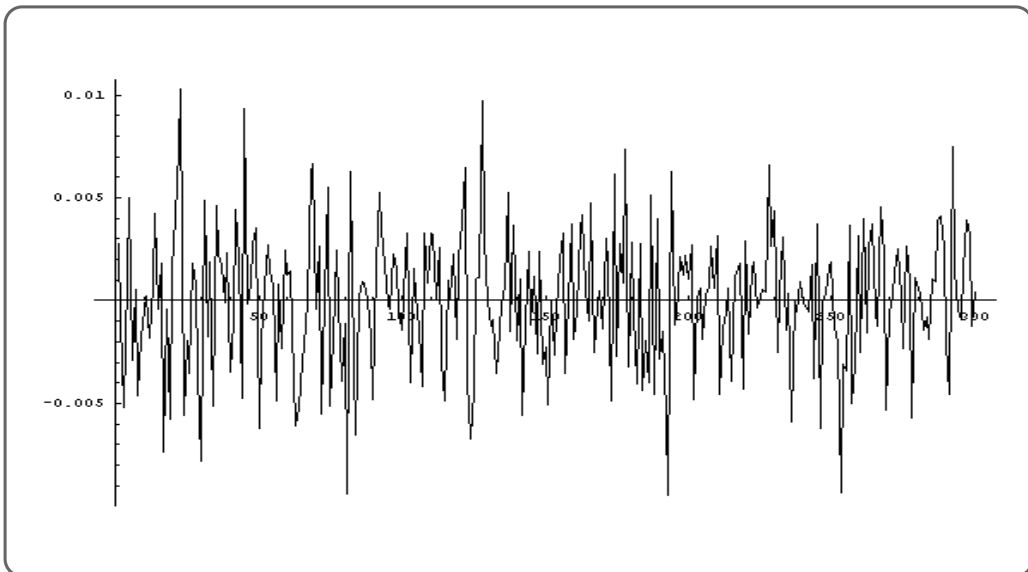
먼저 주가가격에 대한 시계열과 그 1계 차분, 즉 주가가격변화율에 대한 시계열에 대해 분석한다. [그림 1]은 주가가격 시계열에 대한 것이고, [그림 2]은 주가가격 시계열의 1계 차분

에 관한 것이다. 여기서 주식이격변화를 더 자세히 살펴보기 위해서 크기 2,000의 주식이격 시계열 중에서 마지막 300개의 주식이격 자료만 사용한다.

[그림 1] 주식이격 시계열



[그림 2] 주식이격 시계열의 1계 차분



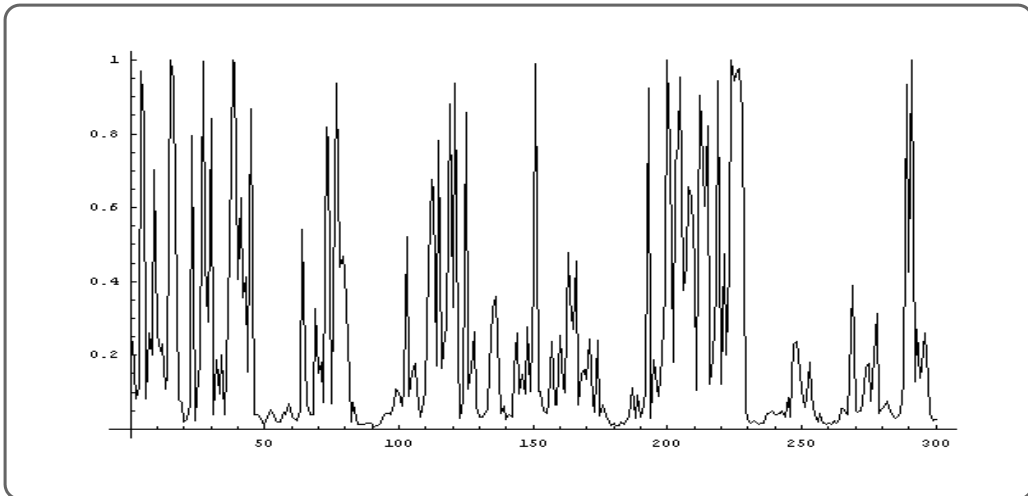


그림에서 보는 바와 같이 주식가격 시계열은 임의보행(Random Walk)처럼 장기균형(meanPrice) 값  $\bar{p} = 1800$  주위를 이리저리 배회하고 있어 주식가격 시계열은 1계 적분된 비정상적(Non-stationary)인 모습으로 보인다.

반면 주식가격 시계열의 1계 차분인 주식가격의 변동률은 장기균형 값  $\bar{p} = 0$ 을 중심으로 무작위적으로 움직이며 안정적(Stationary)인 모습을 보인다.

모의실험에 사용된 파라미터 중에서 degreeMWP는 중도비중(Middle Way Ratio, Middle Way Ratio, MWR)의 측정을 위해 사용되었는데 이는 주식시장 전체에서 기술주의적 예측과 근본주의적 예측이라는 두 가지 상반된 힘의 상호작용이 차지하는 비중을 의미한다.

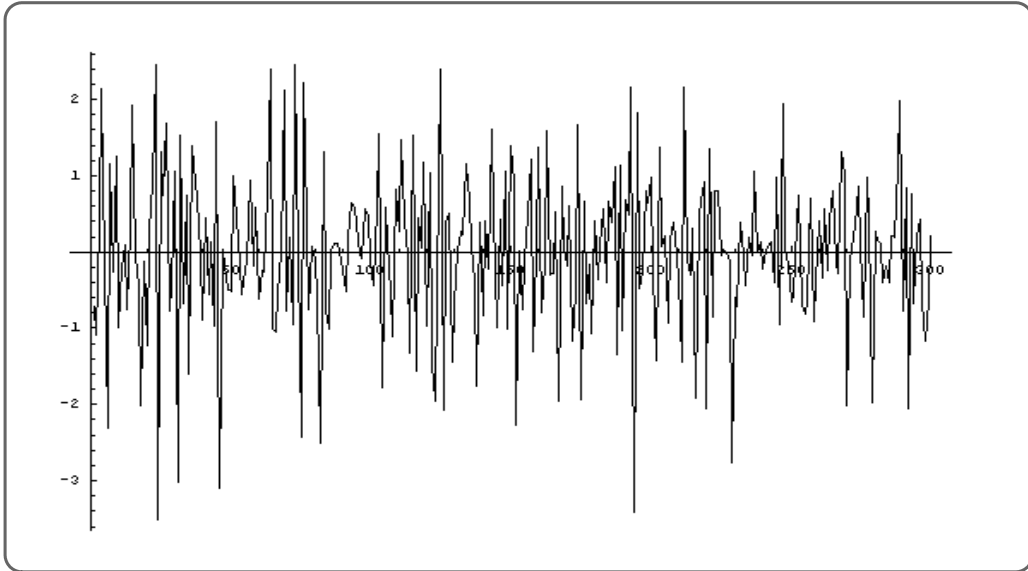
[그림 3] 중도비중 시계열



2,000개의 중도비중  $\omega_t$ , 즉 기술주의적 예측의 비중 중 마지막 300기의 중도비중 시계열과 그 1계 차분 시계열을 시간 축에 대해 그리면 [그림 3]와 [그림 4]로 나타낼 수 있다. 중도비중은 [그림 3]와 같이 무작위적이지만 주로 비교적 낮은 값 0.1 주변에 머무르다가 가끔 높은 값으로 도약했지만 다시 비교적 낮은 값 주변으로 돌아오는 특징을 가지고 있다. 즉, 대부분 낮은 비중의 양(+)의 피드백(Positive feedback)인 기술주의적 예측과 높은 비중의 음(-)의 피드백(Negative feedback)인 근본주의적 예측의 상호작용에 의해 주식가격의 예측이 이루어지다가 가끔씩 양(+)의 피드백이 주도하는 경우가 잠시 나타난다. 그러나 이 시계열은 임의보행처럼 장기균형 값 주위를 이리저리 배회하던 주식가격시계열의 1계 적분된 비정상적(Non-stationary)인 모습과는 다르게 정상적(Stationary)인 시계열처럼 보인다. 정확한 확인을

위해 중도비중 시계열 자체와 그 1계 차분 시계열을 비교해 보면, [그림 4]에서 보는 바와 같이 중도비중 시계열의 1계 차분 시계열은 0을 중심으로 무작위로 움직이며 정상적으로 보인다.

[그림 4] 중도비중 시계열의 1계 차분



### (3) 모의실험 데이터를 이용한 검증

기술주의자는  $SMA(\tau_S) - LMA(\tau_L) > 0$  일 때에는 주가가 상승할 것으로 예측하고, 반대로  $SMA(\tau_S) - LMA(\tau_L) < 0$  일 때에는 주가가 하락할 것이라고 예측한다. 그리고 다음 기의 주가는 과거의 주가들에 가중치  $\gamma_{TE}$ 를 적용한 가중 평균을 이용해 예측할 수 있다. 결국 예측조정계수  $\gamma_{TE}$ 는 기술주의자의 주가 예측에서 이동평균의 차에 대한 민감도를 나타내는 것이다.

MWSTAR모형의 검증에 대한 본 모의실험은 예측조정계수 값이  $\gamma_{TE} = 1.0$ 인 경우와  $\gamma_{TE} = 4.0$ 일 때의 비교로 이루어진다.

먼저 라그랑지 승수(Lagrange Multiplier METHOD : LM)테스트를 이용하여 MWSTAR의 모의실험 데이터를 이용한 검증을 실시하며, OLS검증을 위한 모형의 계수 값은 다음과 같다.

주식가격 = p (p\_List ), 주식가격의 갯수 = 1000 (pLength),

$\tau_S = 1$  (tauSMA),  $\tau_L = 2$  (tauLMA)

마찬가지로 주식가격 시계열 중 뒤의 1000개를 사용하였으며, 단기이동평균 tauSMA은 바로 전기만 고려하여 1로 두었고, 장기이동평균 tauLMA은 2기간을 장기간으로 보아 바로 전기와 전전기의 평균을 사용하였다. 이때에  $\phi = \varphi = 0$ 으로 두면  $\omega_t = 1$ 이 되어 MWSTAR모형이 선형이 되며, 이를 귀무가설  $H_0$  라 한다.

$\gamma_{TE} = 1.0$ 일 때, 검정통계량의 F-version은 다음과 같다.

i) 선형의 귀무가설  $H_0$  하에서 다음 (3.3.6)식을 추정하여

$$\begin{aligned} \nabla p_t &= \alpha_0 + \alpha_1 p_{t-1} + \alpha_2 x_t (1 - (\mu_p - p_{t-1})^2 \varphi) + \epsilon_t \\ &= \beta_0 + \beta_1 x_t + \beta_2 x_t p_{t-1} + \beta_3 x_t p^{2t-1} + \epsilon_t \end{aligned} \quad (3.3.6)$$

잔차 제곱의 합인  $SSE_0 = \sum_{t=1}^T \hat{\epsilon}_t^2 = 31713.8$ 을 구하였다.

ii)  $\nabla p_t$  대신에 잔차  $\hat{\epsilon}_t$  를 (3.3.6)식에서와 같이 동일한 독립변수에 대해 회귀하여 그 잔차의 제곱  $SSE_1 = 31342.5$ 을 구하였다.

iii) LM 검정 통계량

$$LM = \frac{(SSE_0 - SSE_1)/2\tau_L}{SSE_1/(T - 3\tau_L - 1)} = \frac{(SSE_0 - SSE_1)/4}{SSE_1/993} = 2.94085$$

는 귀무가설  $H_0$  하에서 자유도 (4, 993)인 F분포를 한다.

이때 검정통계량 2.94085 이 임계값  $F_{(4, 993, 0.05)} = 2.38089$  보다 크므로 선형의 귀무가설  $H_0$  를 기각한다.

$\gamma_{TE} = 4.0$ 일 때의 검정통계량의 F-version은 다음과 같다.

i) 선형의 귀무가설  $H_0$  하에서 잔차 제곱의 합인  $SSE_0 = \sum_{t=1}^T \hat{\epsilon}_t^2 = 41786$ 을 구하였다.

ii)  $\nabla p_t$  대신에 잔차  $\hat{\epsilon}_t$ 를 (3.3.6)식에서와 같이 동일한 독립변수에 대해 회귀하여 그 잔차의 제곱  $SSE_1 = 39528.8$ 을 구하였다.

iii) LM 검정 통계량

$$LM = \frac{(SSE_0 - SSE_1)/2\tau_L}{SSE_1/(T - 3\tau_L - 1)} = \frac{(SSE_0 - SSE_1)/4}{SSE_1/993} = 14.1753$$

는 귀무가설  $H_0$  하에서 자유도 (4, 993)인  $F$ 분포를 한다.

이때 검정통계량 14.1753이 임계값  $F_{(4, 993, 0.05)} = 2.38089$  보다 크므로 선형의 귀무가설  $H_0$  를 기각한다.

$\gamma_{TE} = 1.0$ 와  $\gamma_{TE} = 4.0$ 의 검정통계량을 비교해보면,  $\gamma_{TE} = 1.0$ 의 검정통계량과 임계값이  $2.94085 - 2.38089 = 0.5599600$  정도의 아주 근소한 차이를 보이는 반면,  $\gamma_{TE} = 4.0$ 에 서는  $14.1753 - 2.38089 = 11.79441$  정도로 매우 큰 차이를 보였다. 이는 기술주의자들의 주식가격 변화에 대한 민감도가 높아질수록 ( $\gamma_{TE} = 1.0$ 에서  $\gamma_{TE} = 4.0$ 로 4배의 변화) 주 식시장의 주식가격움직임은 선형적인 변화가 아닌 중도의 원리에 의한 움직임으로 중도적 STAR모형(MWSTAR)이 될 확률이 매우 높아진다.

## 2. 모의실험의 데이터를 이용한 추정

MWSTAR모형의 추정에 대한 모의실험 과정에서도 제 1절의 검증과정과 마찬가지로 기술 주의자의 예측조정계수가  $\gamma_{TE} = 1.0$ 일 때와  $\gamma_{TE} = 4.0$ 일 때의 비교로 이루어진다.

보통최소제곱법(Method of Ordinary Least Squares : OLS)의 추정을 위한 모형의 계수 값 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{주식가격} &= p \text{ (p\_List), 주식가격의 갯수} = 1000 \text{ (pLength),} \\ \tau_S &= 1 \text{ (tauSMA), } \tau_L = 2 \text{ (tauLMA), } \varphi = 0.1 \text{ (phi = degreeMWP)} \end{aligned}$$

마찬가지로 주식가격 시계열 중 뒤의 1000개를 사용하여 OLS 추정하였으며, tauSMA = 1, tauLMA = 2로 두었다. 또한 중도계수(degreeMWP)의  $\varphi$ (phi)값은 모의실험 초기에 이미 중 도계수 degreeMWP = 0.1를 가정하였으나,  $\varphi$ 의 여러 값들 중에서  $SSE(\varphi)$ 를 최소화하는 값을 선택하여야 하므로 0.1부터 0.9까지의  $\varphi$ 값을 대입하여  $SSE(\varphi)$ 값을 찾아보았다. 그 결과  $\gamma_{TE} = 1.0$ 와  $\gamma_{TE} = 4.0$  일때 모두 모의실험의 초기 설정 값처럼  $\varphi = 0.1$ 에서 최소 값을 가졌다.

〈표 1〉  $\gamma_{TE} = 1.0$ ,  $\gamma_{TE} = 4.0$ 의  $SSE(\varphi)$

$\gamma_{TE} = 1.0$ 일때 $\varphi$									
$\varphi$	$SSE(\varphi)$	$\varphi$	$SSE(\varphi)$	$\varphi$	$SSE(\varphi)$	$\varphi$	$SSE(\varphi)$	$\varphi$	$SSE(\varphi)$
0.1	31065	0.3	31098.2	0.5	31152	0.7	31195.7	0.9	31231.2
0.2	31070.8	0.4	31126.3	0.6	31175	0.8	31214.3		
$\gamma_{TE} = 4.0$ 일때 $\varphi$									
$\varphi$	$SSE(\varphi)$	$\varphi$	$SSE(\varphi)$	$\varphi$	$SSE(\varphi)$	$\varphi$	$SSE(\varphi)$	$\varphi$	$SSE(\varphi)$
0.1	31801.2	0.3	32690.2	0.5	33628.8	0.7	34357.4	0.9	34939.3
0.2	32150	0.4	33189.4	0.6	34015.2	0.8	34663.4		

$\gamma_{TE} = 1.0$ 일 때, OLS 추정의 결과 평균값  $\mu_p$ 은 1798.62로 장기균형(meanPrice) 값  $\bar{p} = 1800$ 과 거의 일치하는 값을 얻었다. 또한

$$\nabla p_t = A + \gamma_{TE} \tilde{p}_{1,t-1}(\varphi) + \gamma_{FE} \tilde{p}_{2,t-1}(\varphi) + \epsilon_t \tag{3.3.4}$$

(3.3.4)식의 모수에 대한 추정 값  $\hat{A}(\varphi), \hat{\gamma}_{TE}(\varphi), \hat{\gamma}_{FE}(\varphi)$ 은

$$beta = \{ 0.0172423, 0.825362, 0.111471 \}$$

으로 추정되었으며, 처음 가정했던 상수항  $\hat{A}(\varphi) = 0$ , 기술주의자의 예측조정계수  $\hat{\gamma}_{TE}(\varphi) = 1.0$ , 근본주의자의 예측조정계수  $\hat{\gamma}_{FE}(\varphi) = 0.1$  값과 매우 유사한 값을 얻을 수 있었다. 이때의 잔차제곱의 합은  $SSE(\varphi) = 31065$  이다.

이제 이 값들을 비선형최소제곱법(Nonlinear Least Squares method : NLS)의 모수에 대한 초기 값  $\{ \phi, beta_0, beta_1, beta_2 \}$ 으로 가정하고 NLS추정을 하면, 다음과 같이

$$parameter = \{ 0.131199, 0.0159505, 0.885662, 0.11002 \}$$

OLS추정때와 마찬가지로 우리가 대입한 모의실험 데이터와 비슷한 값을 얻으며, 가장 작은 잔차제곱의 합인  $\min SSE(\varphi) = 31060.6$ 을 얻을 수 있다.

$\gamma_{TE} = 4.0$ 일 때의 OLS 추정의 결과 평균값  $\mu_p$ 은 1798.9로 장기균형 값  $\bar{p} = 1800$ 과 거의 일치하는 값을 얻었으며, 모수에 대한 추정 값  $\hat{A}(\varphi), \hat{\gamma}_{TE}(\varphi), \hat{\gamma}_{FE}(\varphi)$ 은

$$beta = \{0.0638219, 3.70767, 0.102112\}$$

으로 추정되었으며, 처음 가정했던 상수항  $\hat{A}(\varphi) = 0$ , 기술주의자의 예측조정계수  $\hat{\gamma}_{TE}(\varphi) = 4.0$ , 근본주의자의 예측조정계수  $\hat{\gamma}_{FE}(\varphi) = 0.1$  값과 매우 유사한 값을 얻었으며, 이때의 잔차제곱의 합은  $SSE(\varphi) = 31801.2$  이다.

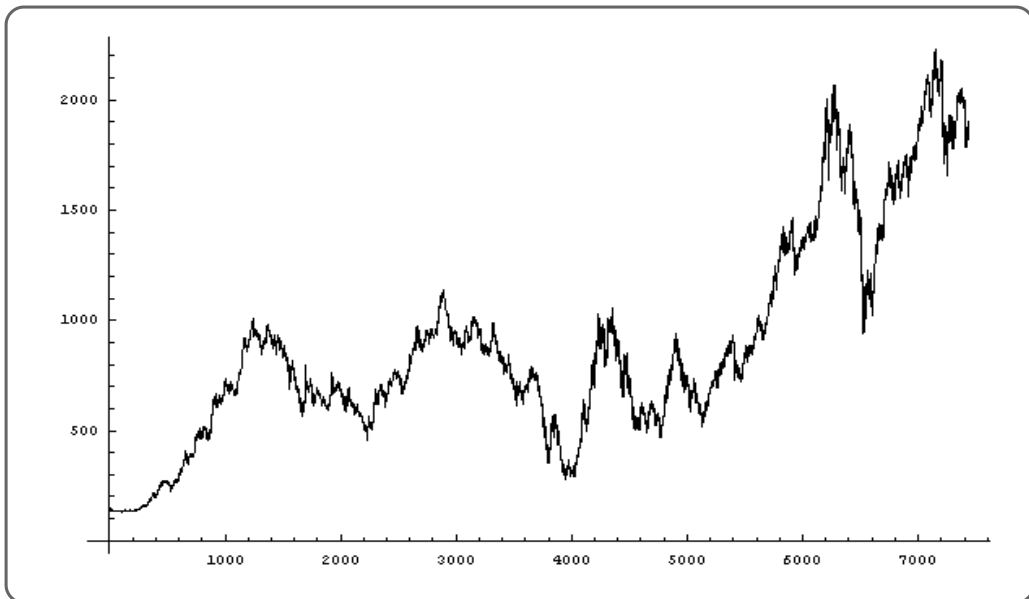
이 값들을 NLS추정의 모수에 대한 초기 값  $\{phi, beta_0, beta_1, beta_2\}$ 으로 가정하고 NLS추정을 하면,

$$parameter = \{0.105434, -0.0650142, 3.75475, 0.101853\}$$

역시 OLS추정과 비슷한 값을 얻을 수 있고,  $\min SSE(\varphi) = 31798.7$ 을 얻을 수 있다.

### 3. KOSPI 지수를 이용한 검증

[그림 5] 1985.01.04 - 2012.06.29 KOSPI 지수의 시계열



이제 우리나라 주식시장의 실제 데이터를 이용해 검증해 보기로 한다. 실증분석에 사용된 격데이터는 1985년 1월 4일부터 2012년 6월 29일까지의 KOSPI지수데이터를 사용하였다.

먼저 [그림 6]은 KOSPI지수의 시계열에 대한 것이며, 3800-4200사이의 급격한 가격변동은 1998년 외환위기를 나타내며, 6200-7200사이에는 2008년 금융위기를 나타낸다.

KOSPI지수의 변화를 좀 더 자세히 살펴보기 위해 크기 총 7440의 데이터 중에서 마지막 1200개의 자료만을 사용한다.

먼저 라그랑지 승수(LM)테스트를 이용하여 KOSPI지수의 검증을 실시하며, OLS검증을 위한 모형의 계수 값은 다음과 같다.

$$\text{주식가격} = p, \text{주식가격의 갯수} = 1000, \tau_S = 1, \tau_L = 2$$

1절과 2절에서와 마찬가지로 주식가격 시계열 중 뒤의 1000개를 사용하였으며,  $\tau_{SMA} = 1$ ,  $\tau_{LMA} = 2$ 로 두었다. 이때에  $\varphi = 0$ 으로 두면  $\omega_t = 1$ 이 되어 MWSTAR모형이 선형이 되며, 이를 귀무가설  $H_0$ 라 한다.

검정통계량의 F-version은 다음과 같다.

i) 선형의 귀무가설  $H_0$  하에서 잔차 제곱의 합인  $SSE_0 = \sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^2 = 630913$ 을 구하였다.

ii)  $\nabla p_t$  대신에 잔차  $\hat{\varepsilon}_t$ 를 (3.3.6)식에서와 같이 동일한 독립변수에 대해 회귀하여 그 잔차의 제곱  $SSE_1 = 618422$ 을 구하였다.

iii) LM 검정 통계량

$$LM = \frac{(SSE_0 - SSE_1)/2\tau_L}{SSE_1/(T - 3\tau_L - 1)} = \frac{(SSE_0 - SSE_1)/4}{SSE_1/993} = 5.01433$$

는 귀무가설  $H_0$  하에서 자유도 (4, 993)인 F분포를 한다.

이때 검정통계량 5.01433이 임계값  $F_{(4, 993, 0.05)} = 2.38089$  보다 크므로 선형의 귀무가설  $H_0$ 를 기각한다.

#### 4. KOSPI지수를 이용한 추정

KOSPI지수를 이용한 추정에서는 예측조정계수가  $\gamma_{TE} = 1.0$ 일 때만을 고려하며, 보통최소제곱법(OLS)의 추정을 위한 모형의 계수 값은 다음과 같다.

주식가격 = p, 주식가격의 갯수 = 1000,  $\tau_S = 1$ ,  $\tau_L = 2$ ,  $\varphi = 0.1$

마찬가지로 주식가격 시계열 중 뒤의 1000개를 사용하여 OLS 추정하였으며, tauSMA = 1, tauLMA = 2로 두었다. 또한 중도계수(degreeMWP)의  $\varphi$  값은 제2절에서와 마찬가지로  $\varphi$ 의 여러 값들 중에서  $SSE(\varphi)$ 를 최소화하는 값을 선택하기위해 0.1부터 0.9까지의  $\varphi$ 값을 대입하여  $SSE(\varphi)$ 값을 찾아보았다. 그 결과 제2절의 다른 추정에서와 마찬가지로  $\varphi = 0.1$ 에서 최소값을 가졌다.

〈표 2〉  $\gamma_{TE} = 1.0$ 의  $SSE(\varphi)$

$\gamma_{TE} = 1.0$ 일때 $\varphi$									
$\varphi$	$SSE(\varphi)$	$\varphi$	$SSE(\varphi)$	$\varphi$	$SSE(\varphi)$	$\varphi$	$SSE(\varphi)$	$\varphi$	$SSE(\varphi)$
0.1	637720	0.3	638011	0.5	638294	0.7	638534	0.9	638735
0.2	637859	0.4	638157	0.6	638419	0.8	638639		

$\gamma_{TE} = 1.0$ 일 때의 OLS 추정의 결과 평균값  $\mu_p$ 은 1700.6으로 장기균형 값  $\bar{p} = 1800$ 과 거의 일치하는 값을 얻었으며, 모수에 대한 추정 값  $\hat{A}(\varphi)$ ,  $\hat{\gamma}_{TE}(\varphi)$ ,  $\hat{\gamma}_{FE}(\varphi)$ 은

$$beta = \{ 0.238149, 1.64488, 0.00349886 \}$$

으로 추정되어 처음 가정했던 상수항  $\hat{A}(\varphi) = 0$ , 기술주의자의 예측조정계수  $\hat{\gamma}_{TE}(\varphi) = 1.0$ , 근본주의자의 예측조정계수  $\hat{\gamma}_{FE}(\varphi) = 0.1$  값과 유사한 값을 얻었으며, 이때의 잔차 제곱의 합은  $SSE(\varphi) = 637720$  이다.

이 값들을 NLS추정의 모수에 대한 초기 값  $\{ \phi, beta_0, beta_1, beta_2 \}$ 으로 가정하고 NLS추정을 하면,

$$parameter = \{ 0.0520427, 0.2451, 1.25021, 0.00350069 \}$$

역시 OLS추정과 비슷한 값을 얻을 수 있고,  $\min SSE(\varphi) = 637683$ 을 얻을 수 있다. 이렇듯 모의실험 데이터를 이용한 추정의 결과 값이 본래 모의실험을 위해 우리가 가정했던



데이터와 큰 차이 없는 값으로 나타났으므로, 본 연구에서 가정한 중도 국면전환(MWSTAR)모형이 현실 설명력을 가지고 있음을 의미한다.

## V. 결 론

본 연구에서는 모의실험을 통해서 주식시장에서 이질적인 행위를 하는 근본주의자와 기술주의자들의 비중을 고려한 중도적 방법으로 진화해가는 과정을 살펴보았다. 그리고 국면전환 모형인 STAR모형을 이용하여 한국 주식시장의 중도적 진화과정에 따른 가격변동을 살펴보았다. 또한 모의실험과 STAR모형의 비교분석을 통해 한국 주식시장의 가격결정에 대한 설명력을 높일 수 있는 중도 국면전환(MWSTAR)모형을 제시하였다.

모의실험에서는 먼저 근본주의자들과 기술주의자들이 완전예건을 가정하며 미래 주식가격을 예측하는 과정을 비교분석하였다. 근본주의자는 물가, 통화량, 이자율 등과 같이 가격 변화에 영향을 미치는 경제변수의 분석을 중요시하고, 기술주의자들은 과거 주식가격의 단기이동평균과 장기이동평균의 차이를 통해 미래가격을 예측하고 투자를 결정한다. 만약 현재의 주식가격이 장기적인 균형가격보다 높아졌다면, 근본주의자들은 주식가격이 과대평가되었으므로 조만간 일어날 주가의 하락을 예상하여 매도를 선택하지만, 기술주의자들은 과거의 가격상승으로 인한 추가상승을 예상하여 매수를 결정하게 된다. 반대의 경우에는 현재의 주식가격이 장기적인 균형가격보다 낮아졌을 때, 근본주의자들은 매수를, 기술주의자들은 매도를 결정하게 된다.

다음으로 주식시장의 비선형성에 대한 연구를 위해 국면전환 모형을 사용하고, 인공 주식시장에서 근본주의자와 기술주의자의 투자행태를 구분하여 분석함으로써 현실의 주식시장에 모의실험 할 수 있는 이론적 근거를 제시하였다. 그리고 중도 국면전환(MWSTAR)모형 분석을 통해서 근본주의자와 기술주의자의 상호작용의 결과를 확인하였다.

또한 분석모형의 현실경제의 설명력을 확인하기 위해서 우리나라 주식시장의 1985년 1월 4일부터 2012년 6월 29일까지의 KOSPI지수데이터를 사용하여 실증분석 하였다. 이 분석에 이용된 프로그램은 Mathematica 5.0이며, 본 논문의 실증분석 결과는 다음과 같다.

첫째, 근본주의자와 기술주의자의 가격 예측과정은 전혀 다르지만, 결국 어느 한쪽의 판단만으로는 주식가격의 움직임을 정확히 예측할 수 없다. 보다 정확한 주식가격 변동의 예측을 위해서는 근본주의자와 기술주의자의 투자이론을 함께 적용하는 중도적 예측이론을 사용하는

것이 더욱 효율적이다.

둘째, 기술주의자들의 예측조정계수  $\gamma_{TE}$ 가 높을수록 주식시장의 주가가격 움직임은 선형적인 변화가 아닌 중도적인 원리에 의해 움직이며, 중도적STAR(MWSTAR)모형이 될 확률이 매우 높아진다는 것을 확인하였다.

셋째, 기술주의자와 근본주의자의 상호작용이 중도비중으로서 주가가격 균형에 완전하게 적용되고 있음을 확인하였다. 또한 모의실험 데이터를 이용한 추정의 결과 값이 본래 모의실험을 위해 우리가 가정했던 데이터와 큰 차이가 없는 값으로 나타났으므로, 본 논문에서 가정한 중도 국면전환(MWSTAR)모형이 현실 설명력을 가지고 있음을 확인하였다.

본 논문이 가지고 있는 연구 의의는, 근본주의자와 기술주의자의 이질적 행위가 주식시장의 가격 변화에 영향을 미치는 주요 논리임을 설명하고, 모의실험을 통해 근본주의자와 기술주의자가 주식시장에서 차지하는 역할의 변화에 따라 주식시장이 중도적으로 진화하는 과정과 균형가격을 찾아가는 과정을 보여줌으로써, 선행연구에 비하여 실제 주식시장의 흐름과 매우 유사한 주가가격의 변동요인을 설명했다는 데 있다.

한편, 본 연구에서는 AR(1)모형에 근거한 국면전환모형을 이용하였기 때문에 변동성을 충분하게 설명하고 있지 못한 한계점을 가지고 있다. 이 부분은 향후 변동성을 이용한 ARCH모형이나 GARCH모형을 가정하고 한국주식시장의 변동성을 살펴본다면 현실 경제에 대한 예측과 설명력을 더욱 높일 수 있을 것이라 기대된다.

## 참고문헌

- 김명직, 장국현. 2002. 금융시계열 분석. 제7판. 경문사. 435-507.
- 김현석. 2002. 카오스현상과 주식시장. 산업경영연구. 11(2) : 199-217.
- 김홍양, 문준영. 2007. An estimation methodology for Markov regime switching stochastic volatility model using a modified EM algorithm. 한국데이터정보과학지. 9(4) : 1537-1555.
- 박범조. 1997. ARCH모형 : 확장, 추정, 및 검증. 경영경제연구. 1 : 213-229.
- \_\_\_\_\_. 1998. 유전자 알고리즘을 이용한 신경회로망 회귀위수와 외환예측. 국제경제연구. 4(3) : 239-262.
- 박승준. 2008. 중도적 예측과 카오스적 환율 변동. 신양사.
- \_\_\_\_\_. 2008. 선형 비선형 동태학과 카오스. 신양사.
- 박승준, 구광민. 2008. Capital Liberalization and Chaos in the Foreign Exchange Rate Market. 한국 국제경제학회 동계학술대회.
- 백웅기, 황윤재. 1999. 일일 주가가격에 대한 카오스 검증. 경제학연구. 47(2) : 81-108.
- 이우리, 김상락. 1998. 한국 주식수익률의 비선형 종속성에 관한 연구. 산업연구. 10 : 235-254.
- 이준행. 1993. 다국면 마르코프 전환 모형을 이용한 주가의 동태적 분석 및 예측. 증권학회지. 제15권 : 561-595.
- 장경천, 김현석. 2004. 주식 수익률의 비선형 결정론적 특성에 관한 연구. 재무관리연구. 21(1) : 149-181.
- 장국현, 이진. 1997. 우리나라 주가수익률의 이분산성과 국면전환에 관한 연구. 증권금융연구. 3(2) : 35-57.
- 조하현, 이승국. 2002. 한국 주식시장의 비선형성에 관한 연구. 한국경제의 분석. 8(3) : 58-103.
- 허성관, 서용권. 2000. 혼돈이론에 대한 우리나라 주가수익률의 분석. 경영학연구. 29(3) : 473-497.
- 황성원, 류혁선. 2011. 국면전환 GARCH 모형을 이용한 변동성 구조 분석 및 예측에 관한 실증 연구. 한국증권학회지. 40(1) : 171-194.
- Bollerslev, T. 1986. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of*

- Econometrics*, 31, 307-327.
- Hamilton, J. D. and R. Susmel, 1994. Autoregressive Conditional Heteroskedasticity and Change in Regime. *Journal of Econometrics*, 64, 307-333.
- Engle, R. F. 1982. Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U. K. Inflation. *Econometrica*, 50, 987-1008.
- \_\_\_\_\_. 2001. GARCH 101 : The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics. *Journal of Economic Perspectives*, 15, 157-168.
- Gray, Stephen F. 1996. Modeling the Conditional Distribution of Interest Rates as a Regime-Switching Process. *Journal of Financial Economics*, 42, 27-62.
- James, D. Hamilton and Raul Susmel, 1994. Autoregressive Conditional Heteroskedasticity and Changes in Regime. *Journal of Econometrics*, 64, 307-333.
- James, D. Hamilton, 1994. *Time Series Analysis*, Princeton, NJ : Princeton University Press.
- Peria, M. S. M. 1999. A Regime-Switching Approach to Studying Speculative Attacks : A Focus on European Monetary System Crises, Policy Research Working Paper, 2132.
- Philippe, M, and Dick van Dijk, 2000. *Nonlinear Time Series Models in Empirical Finance*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Santa Fe Institute, 1988. *The Economy As An Evolving Complex System*, 1, Addison-Wesley Publishing, Massachusetts, USA.
- \_\_\_\_\_. 1997. *The Economy As An Evolving Complex System*, 2, Perseus Books, Massachusetts, USA.
- \_\_\_\_\_. 1997. *The Economy As An Evolving Complex System*, 3, Oxford University Press, New York, USA.
- Walter Enders, 2004. *Applied Econometric Time Series*, John Wiley & Sons, New Jersey, USA.

## A Study on Nonlinearity of the Stock Market

Lim, Su-Jin\*

### ABSTRACT

The main purpose of this study is to look into price fluctuation in Korea stock market and to estimate stock price prediction model to enhance ability of explanation and prediction in real stock market by STAR model that is included in regime switching model. To estimate model, not only make observation an evolution process of stock market with middle way methods and analyze the results using MiddleWaySTAR (MWSTAR) that is combined STAR model and Middle Way Ratio(MWR) but also explain the prediction process of real stock price through by comparative analysis between simulation results and analysis results using MWSTAR model with daily KOSPI index from 1985. 1. 4 to 2012. 6. 29.

The importance of this study is to define disparate actions of Fundamentalist and Technicalist are the main factors that have an effect on price fluctuation in stock market. Furthermore explained that the fluctuation factor of stock price is similar to flow of a real stock market price more effective than advanced research thereby to show a MiddleWay evaluation process of stock market according to Fundamentalist's and Technicalist's change in roll and to show a process of converging to the equilibrium price with simulation.

**Key Words** : regime switching model, MiddleWay STAR, MiddleWay Ratio, Fundamentalist, Technicalist

\* Doctor degree course, Graduate School, Dankook University

